



UNIVERSIDADE DE  
**COIMBRA**

Marco Fernando Novais Alves

**PROJETO E CONCEÇÃO DE UM EQUIPAMENTO  
PARA AVALIAR O COMPORTAMENTO  
MECÂNICO DE BORRACHAS SOLICITADAS AO  
CORTE**

**Dissertação no âmbito do Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica, ramo de  
Produção e Projeto, orientada pelo Professor Doutor Amílcar Lopes Ramalho e pelo  
Professor Doutor Diogo Mariano Simões Neto e apresentada ao Departamento de  
Engenharia Mecânica.**

Setembro de 2019



1 2



9 0

FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE  
COIMBRA

# **Projeto e Conceção de Um Equipamento Para Avaliar o Comportamento Mecânico de Borrachas Solicitadas ao Corte**

Dissertação apresentada para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica na especialidade de Produção e Projeto

## **Design and Conception of an Equipment to Evaluate the Mechanical Behavior of Rubbers Subjected to Shear Stresses**

Autor

**Marco Fernando Novais Alves**

Orientadores

**Amílcar Lopes Ramalho**

**Diogo Mariano Simões Neto**

Júri

	<b>Professora Doutora Ana Paula Bettencourt Martins</b>
<b>Presidente</b>	<b>Amaro</b> Professora Auxiliar da Universidade de Coimbra
<b>Vogal</b>	<b>Professora Doutora Marta Cristina Cardoso de Oliveira</b> Professora Associada da Universidade de Coimbra
<b>Orientador</b>	<b>Professor Doutor Amílcar Lopes Ramalho</b> Professor Catedrático da Universidade de Coimbra

Coimbra, setembro, 2019



*Aos meus pais*



## Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta só foi possível graças à colaboração e apoio de algumas pessoas, às quais não posso deixar de prestar o meu profundo agradecimento e reconhecimento.

Em primeiro lugar, gostaria de prestar a minha profunda gratidão aos meus orientadores, Professor Doutor Diogo Neto e Professor Doutor Amílcar Ramalho, pelo acompanhamento deste trabalho, por todos os esclarecimentos e conselhos, e pelo espírito de trabalho e dedicação que colocaram em mim, bem pela disponibilidade em me ajudar.

A todos aqueles que, ao longo destes anos me acompanharam a nível académico e me ajudaram de alguma maneira, ao João Barros e ao Carlos Andrade, pela preciosa ajuda com o manuseamento do programa *Abaqus*, todo o acompanhamento laboratorial e tratamento dos dados.

Gostaria de agradecer à minha namorada, Catarina, por todo o apoio e paciência, pela motivação nos momentos mais complicados, e por aturar todas as minhas preocupações ao longo do curso.

À Quantunna, que ao longo destes anos foi o meu retiro nas horas mais complicadas, por toda a boémia, amizade, convívio e todo o crescimento pessoal.

Por último, gostaria de deixar um agradecimento especial à minha família, em especial aos meus pais e aos meus padrinhos, que sempre acreditaram em mim e me apoiaram ao longo de toda a minha vida.

A todos os meus amigos.

Este trabalho foi realizado sob o projeto “Improving the manufacturing of metallic bipolar plates for fuel cells using the rubber forming process” com a referência P-PTDC/SEM-TEC/0702/2014 (POCI-01-0145-FEDER-016779) fundado pela fundação da Ciência e Tecnologia e por EU/FEDER, através do programa COMPETE 2020. Foi também apoiado sob o projeto MATIS (CENTRO-01-0145-FEDER-000014).





## Resumo

Hoje em dia, e cada vez mais, acentua-se a necessidade de reduzir a pegada ecológica provocada pelos veículos movidos a motores de combustão interna. Assim, nos últimos anos, as tecnologias de células de combustível têm recebido globalmente um aumento de atenção.

As células de combustível de hidrogénio são uma boa alternativa aos motores de combustão interna. Estas convertem energia química diretamente em energia elétrica através de reações eletroquímicas que envolvem hidrogénio e oxigénio. Estas baterias são compostas por uma repetição de várias células menores, denominadas de PEM, *proton exchange membranes*, sendo as mais utilizadas e fortemente alvo de investigação. Portanto, várias técnicas de produção começaram a ser aplicadas para produzir o principal componente das PEM, as placas bipolares, em materiais metálicos.

O processo de conformação plástica com recurso a ferramentas de borrachas permite obter peças com excelente qualidade superficial e baixo custo de produção. No entanto, estas borrachas tendem a falhar mecanicamente devido à sua baixa resistência mecânica. Portanto, é necessário um profundo conhecimento do seu comportamento de modo a otimizar este processo. Deste modo, o objetivo deste trabalho é o projeto e conceção de um equipamento para avaliar experimentalmente o comportamento mecânico de borrachas de poliuretano solicitadas ao corte, aplicando métodos numéricos para a simulação de vários mecanismos e dos próprios ensaios.

As borrachas são materiais praticamente incompressíveis, que apresentam simultaneamente comportamento elástico e comportamento viscoso, podendo ser sujeitas a grandes deformações. Assim, ao longo deste trabalho foi usado o modelo constitutivo Mooney-Rivlin para definir a hiperelasticidade e o modelo de Maxwell generalizado com 4 elementos para descrever a viscosidade.

O mecanismo desenvolvido mostrou-se capaz de ensaiar as borrachas ao corte, não apresentado à partida qualquer inconveniente.

Utilizando os resultados provenientes dos ensaios laboratoriais, foram obtidos por meio de uma calibração os valores referentes aos parâmetros que caracterizam o modelo

constitutivo de Mooney-Rivlin e os parâmetros da viscosidade para os 4 elementos de Maxwell. Desta forma, foi possível fazer uma comparação entre os resultados experimentais e os resultados obtidos numericamente, os quais apresentam uma discrepância que se deve ao facto de o Abaqus utilizar uma formulação matemática ligeiramente diferente da utilizada no processo de calibração dos parâmetros. No entanto, é possível ainda assim afirmar que os parâmetros obtidos caracterizam devidamente a solicitação de corte e a relaxação de tensões das duas classes de poliuretano estudadas.

**Palavras-chave:** Simulação numérica, Hiperelasticidade, Viscoelasticidade, Poliuretano, Tensões de corte, Placas bipolares metálicas.

## Abstract

Nowadays, there is an increasing need to reduce the ecological footprint caused by the vehicles powered by internal combustion engines. Thus, in recent years, fuel cell technologies have received increased global attention.

Hydrogen fuel cells are a good alternative to internal combustion engines. These convert chemical energy directly into electrical energy through electrochemical reactions involving hydrogen and oxygen. These batteries are composed by a repetition of several smaller cells, called PEM, proton exchange membranes, being the most widely used and deeply investigated. Therefore, various production techniques began to be applied to produce the main component of PEM, bipolar plates, in metallic materials.

The rubber pad forming process allows the production of parts with excellent surface quality and low production cost. However, these rubbers tend to fail mechanically due to their low mechanical strength. Therefore, a detailed knowledge of their behavior is required in order to optimize this process. Thus, the objective of this work is the design and production of an equipment to experimentally evaluate the mechanical behavior of polyurethane rubbers subjected to shear stresses, applying numerical methods for the simulation of various mechanisms.

Rubbers are practically incompressible materials that simultaneously exhibit elastic and viscous behavior and can be subjected to large deformations. Thus, throughout this work, the Mooney-Rivlin constitutive model was used to define the hyperplastic behavior and a generalized 4 elements Maxwell was used to model to describe viscosity.

The developed mechanism proved to be able to test the rubbers when subjected to shear stresses, without presenting any inconvenience.

Using the results from the laboratory tests, the values corresponding to the parameters that characterize the Mooney-Rivlin constitutive model and the viscosity parameters for the 4 Maxwell elements were obtained, by calibration. Thus, it was possible to make a comparison between the experimental results and the numerically ones, which present a discrepancy due the fact that Abaqus uses a slightly different mathematical formulation than that used in the parameter calibration process. However, it is possible to

state that the obtained parameters properly characterize the shear stress and stress relaxation of the two polyurethane classes studied.

**Keywords** Numeric simulation, Hyperelasticity, Viscoelasticity, Polyurethane, Shear stresses, Metallic bipolar plates.

---

## Índice

Índice de Figuras.....	ix
Índice de Tabelas .....	xiii
Simbologia e Siglas.....	xv
Símbolos romanos.....	xv
Símbolos gregos.....	xvi
Siglas .....	xvii
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Contextualização e motivação .....	1
1.2. Perspetiva histórica e conceitos fundamentais .....	3
1.3. Caracterização das borrachas .....	4
1.4. Testes DMA .....	5
1.5. Objetivos e organização da dissertação .....	6
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	9
2.1. Método dos elementos finitos.....	9
2.2. Hiperelasticidade .....	10
2.2.1. Função densidade de energia de deformação .....	11
2.2.2. Modelo constitutivo Mooney-Rivlin .....	12
2.3. Viscoelasticidade .....	14
2.4. Hiperviscoelasticidade .....	16
3. SOLUÇÕES ESTUDADAS .....	17
3.1. Estudo da geometria.....	17
3.1.1. Solução analítica.....	17
3.1.2. Solução numérica .....	19
3.1.3. Comparação das soluções .....	21
3.2. Modos de fixação.....	22
3.2.1. Solução colada.....	24
3.2.2. Solução com compressão .....	25
3.2.3. Solução apoiada .....	26
3.2.4. Solução encastrada com arredondamentos.....	27
3.2.5. Comparação dos vários modos.....	28
4. ENSAIOS LABORATORIAIS .....	31
4.1. Montagem e procedimento experimental.....	32
4.2. Corte simples com compressão .....	33
4.3. Compressão uniaxial .....	38
4.4. Relaxação de tensões .....	40
5. ENSAIOS NUMÉRICOS.....	43
5.1. Calibração dos parâmetros do modelo .....	43
5.2. Simulação dos ensaios experimentais .....	46
5.3. Discussão dos resultados.....	49

6. CONCLUSÕES .....	51
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	55

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1. Vista explodida de uma célula de combustível [1].	1
Figura 1.2. (a) Representação do processo de deformação com recurso a ferramenta de borracha; (b) placa bipolar depois do processo de conformação plástica (colocar referência da b) [2].	2
Figura 1.3. Comportamento tensão-deformação para três tipos de polímeros: frágeis (curva A), plásticos (curva B) e elastómeros (curva C) [5].	4
Figura 1.4. Relação entre a tensão sinusoidal aplicada e a resposta da deformação para um material tipicamente viscoelástico [8].	5
Figura 1.5. Vários dos testes DMA utilizados para o estudo dinâmicos de polímeros [10].	6
Figura 1.6. Ilustração de um teste de corte [10].	6
Figura 2.1. Discretização de uma barra, aproximada por elementos finitos unidimensionais [11].	9
Figura 2.2. Malha deformada representada sobre a malha não deformada de um corpo 2D [12].	10
Figura 2.3. Comparação entre o comportamento elástico e o comportamento hiperelástico [15].	11
Figura 2.4. Curvas tensão-deformação para diferentes taxas de deformação [10].	14
Figura 2.5. Unidade viscosa fundamental [20].	14
Figura 2.6. Mola caracterizada pela lei de Hooke, representativa de um corpo elástico [20].	15
Figura 2.7. Modelo reológico da mola-amortecedor [3].	15
Figura 3.1. Viga e a sua respetiva deformada, segundo as condições de fronteira impostas [22].	17
Figura 3.2. Deformada da viga, segundo as condições impostas, obtida através do software de elementos finitos ADINA, para o modelo viga, secção transversal retangular, <b><math>L3 = 10 \text{ mm}</math></b> .	19
Figura 3.3. Modelo 3D deformado com elementos hexaédricos, para as condições impostas, obtido através do software de elementos finitos ADINA, para a secção transversal retangular, <b><math>L3 = 10 \text{ mm}</math></b> .	20
Figura 3.4. Comparação do gradiente de tensões normais em MPa, na extremidade de um provete de secção transversal retangular, <b><math>L3 = 10 \text{ mm}</math></b> , (a) com o refinamento da malha na zona de maiores tensões normais (b) sem refinamento da malha na zona de maiores tensões.	20
Figura 3.5. Modo de fixação por ligação colada.	25

Figura 3.6. (a) Distribuição das tensões de corte para o PR70 para a solução colada; (b) distribuição das tensões normais para o PR70 para a solução colada. ....	25
Figura 3.7. Modo de fixação por compressão. ....	26
Figura 3.8. (a) Distribuição das tensões de corte para o PR70 para a fixação por compressão; (b) distribuição das tensões normais para o PR70 para a fixação por compressão. ....	26
Figura 3.9. Modo de fixação apoiada. ....	27
Figura 3.10. (a) Distribuição das tensões de corte para o PR70 para a solução apoiada; (b) distribuição das tensões normais para o PR70 para a solução apoiada.....	27
Figura 3.11. Modo de fixação por encastramento, em que o provete é composto por arredondamentos. ....	28
Figura 3.12. (a) Distribuição das tensões normais para o PU70 para a solução encastrado com arredondamentos; (b) distribuição das tensões de corte para o PU70 para a solução encastrado com arredondamentos. ....	28
Figura 4.1. Provetes de poliuretano, PUR70 (amarelo) e PUR95 (cor de laranja), usados nos ensaios laboratoriais. ....	31
Figura 4.2. Fases de montagem do mecanismo de teste: (a) alinhamento das placas de aço e das borrachas; (b) aplicação da compressão das borrachas; (c) aplicação do deslocamento de corte. ....	33
Figura 4.3. Mecanismo implementado em laboratório numa máquina de tração universal.	33
Figura 4.4. Relação entre a tensão de corte convencional e o deslocamento, referente aos testes de corte simples com compressão para o PR70. ....	35
Figura 4.5. Relação entre a tensão de corte convencional e o deslocamento referente aos testes de corte simples com compressão para o PR95. ....	35
Figura 4.6. Relação entre a tensão de corte convencional e o deslocamento referente aos ensaios de corte simples com compressão uniaxial à velocidade de 0,15 m/s, para o PR70. ....	36
Figura 4.7. Relação entre os ensaios de corte simples com compressão referente aos ensaios de corte simples com compressão uniaxial à velocidade de 0,15 m/s, para o PR95. ....	37
Figura 4.8. Comparação das curvas tensão e corte convencional-deslocamento, referente aos testes de corte simples com compressão uniaxial para o PR95 e para o PR70, à velocidade de 0.15 m/s. ....	38
Figura 4.9. Ensaios de compressão uniaxial: (a) alinhamento dos componentes na máquina de tração universal; (b) compressão sem lubrificação; (c) compressão com lubrificação. ....	39
Figura 4.10. Relação entre a tensão normal convencional e o deslocamento de compressão referente aos testes de compressão para o PR70, para diferentes velocidades de aplicação de carga. ....	39



---

Figura 4.11. Relação entre a tensão normal convencional e o deslocamento e compressão referente aos testes de compressão para o PR95, para diferentes velocidades de aplicação de carga. ....	40
Figura 4.12. Resultados dos testes de relaxação de tensões para o PR70, em corte simples com compressão uniaxial, realizados mediante as mesmas condições. ....	41
Figura 4.13. Resultados dos testes de relaxação de tensões para o PR95, em corte simples com compressão uniaxial, realizados mediante as mesmas condições. ....	42
Figura 5.1. Representação gráfica da resposta do modelo à calibração, para o PR70: (a) resposta do ensaio de corte com compressão; (b) resposta da relaxação. ....	45
Figura 5.2. Representação gráfica da resposta do modelo à calibração, para o PR95: (a) resposta do ensaio de corte com compressão; (b) resposta da relaxação. ....	46
Figura 5.3. Atribuição dos parâmetros para o PR70 no Abaqus: (a) parâmetros do modelo constitutivo de Mooney-Rivlin; (b) parâmetros para os 4 elementos de Maxwell. ....	47
Figura 5.4. Comparação das curvas experimentais com as curvas numéricas, para o PR70 (a) resultado zona de corte, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função de $\gamma$ ; (b) zona de relação, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função do tempo. ....	48
Figura 5.5. Comparação das curvas experimentais com as curvas numéricas, para o PR95 (a) resultado zona de corte, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função de $\gamma$ ; (b) zona de relação, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função do tempo. ....	48
Figura 5.6. Variação do primeiro tensor das tensões Piola-Kirchhoff em função dos coeficientes de atrito. ....	49
Figura 5.7. Distribuição das tensões de corte para o provete PR70 depois de realizada a compressão e o corte. ....	50



---

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.1. Variação das tensões com a variação dos comprimentos, para os vários modelos, relativo à secção transversal retangular. ....	21
Tabela 3.2. Variação das tensões com a variação dos comprimentos, para os vários modelos, relativo à secção transversal circular. ....	21
Tabela 3.3. Características das borrachas de poliuretano estudadas [3]. ....	22
Tabela 3.4. Propriedades hiperelásticas das borrachas de poliuretano estudadas. ....	23
Tabela 3.5. Propriedades viscoelásticas da borracha de poliuretano PR70 [3]. ....	23
Tabela 3.6. Propriedades viscoelásticas da borracha de poliuretano PR95 [3]. ....	24
Tabela 3.7. Comparação das tensões normais e de corte, máximas e médias no núcleo do provete, para o PR70. ....	29
Tabela 3.8. Comparação das tensões normais e de corte, máximas e médias no núcleo do provete, para o PR95. ....	29
Tabela 4.1. Raios e espessuras de ambos os provetes de poliuretano estudados. ....	32
Tabela 5.1. Parâmetros do material para o modelo constitutivo de Mooney-Rivlin e para os elementos de Maxwell, referentes ao PR70. ....	45
Tabela 5.2. Parâmetros do material para o modelo constitutivo de Mooney-Rivlin e para os elementos de Maxwell, referentes ao PR95. ....	45



---

## SIMBOLOGIA E SIGLAS

### Símbolos romanos

$ak_i$  – Relação entre a rigidez da mola pertencente ao elemento de Maxwell  $i$

$A_i$  – Área inicial da secção transversal

$A_f$  – Área final da secção transversal

$b$  – Comprimento da base do provete com secção transversal retangular

$\mathbf{B}$  – Tensor das deformações de Cauchy-Green à esquerda

$C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{02}$  – Parâmetros do modelo constitutivo de Mooney-Rivlin

$\mathbf{C}$  – Tensor das deformações de Cauchy-Green à direita

$D$  – Parâmetro de compressibilidade do Abaqus

$D$  – Diâmetro do provete

$E$  – Módulo de elasticidade

$\mathbf{E}$  – Tensor das deformações de Green-Lagrange

$\mathbf{F}$  – Tensor gradiente de deformação

$F$  – Força aplicada

$G$  – Módulo de elasticidade transversal

$\bar{g}_i^p$  – Parâmetro das séries de Prony

$h$  – Altura do provete com secção transversal retangular

$h_j$  – Contribuição da tensão viscoelástica

$I_1, I_2, I_3$  – Invariantes do tensor direito de Cauchy-Green.

$K$  – Módulo de compressão

$L$  – Comprimento do provete

$l_i$  – Comprimento inicial

$l_f$  – Comprimento final

$I_{zz}$  – Momento de inércia geométrico em relação ao eixo dos  $ZZ$

$M$  – Número de componentes de Maxwell

$M_{máx}$  – Momento fletor na linha neutra

- $N$  – Número de elementos de Prony  
 $p$  – Componente hidrostática da tensão  
 $P$  – Primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff  
 $R$  – Raio do provete  
 $S_{zz}^*$  – Momento estático da secção em relação ao eixo dos  $ZZ$ .  
 $W(C)$  – Função energia de deformação  
 $y_{máx}$  – Distância entre a linha neutra e a extremidade da secção

### Símbolos gregos

- $\gamma$  – Deformação angular  
 $\hat{\gamma}(t)$  – Função de relaxação característica relacionada com a parte elástica  
 $\delta$  – Ângulo desfasamento entre a tensão e a deformação  
 $\Delta t$  – Incremento de tempo  
 $\Delta, \Delta l$  – Deslocamento  
 $\bar{\epsilon}^p$  – Deformação plástica equivalente  
 $\dot{\epsilon}$  – Taxa de deformação  
 $\eta$  – Constante de amortecimento  
 $\lambda$  – *Stretch*  
 $\mu$  – Rigidez da mola/coeficiente de atrito estático  
 $\nu$  – Coeficiente de Poisson  
 $\Pi_{total}$  – Segundo tensor total das tensões de Piola-Kirchhoff  
 $\Pi_{HE}$  – Segundo tensor hiperelástico total das tensões de Piola-Kirchhoff  
 $\Pi_{MW}$  – Segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff do elemento de Maxwell  
 $\sigma$  – Tensor das tensões de Cauchy  
 $\sigma_{total}$  – Tensão total do sistema  
 $\sigma_{HE}$  – Contribuição hiperelástica da tensão  
 $\sigma_{xx}$  – Tensão normal na direção do eixo das abcissas  
 $\tau_{xy}$  – Tensão de corte no plano  $XY$   
 $\tau$  – Tempo de relaxação

## **Siglas**

CET- Coeficientes de expansão térmica

DEM – Departamento de Engenharia Mecânica

DMA – *Dynamic mechanical analysis*

DMTA – *Dynamic Mechanical Thermal Analysis*

FCTUC – Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

MEF – Método dos elementos finitos

PU – Poliuretano

TMA – *Thermomechanical Analysis*

2D – Duas dimensões

3D – Três dimensões



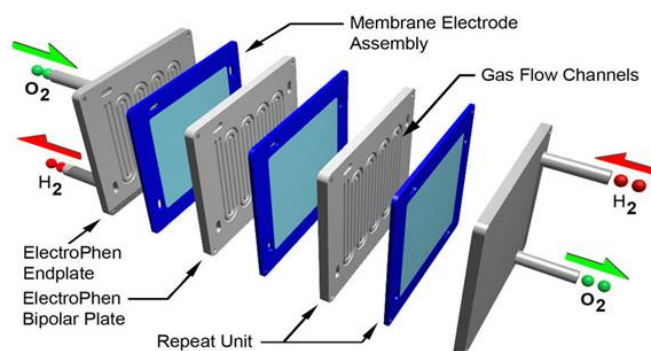


# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. Contextualização e motivação

Hoje em dia, e cada vez mais, acentua-se a necessidade de reduzir a pegada ecológica provocada pelos veículos movidos a motores de combustão interna. Assim, nos últimos anos, as tecnologias de células de combustível têm recebido globalmente um aumento de atenção, devido, essencialmente, aos problemas e preocupações com o uso e escassez dos combustíveis fósseis. As baterias de lítio são ideais para veículos pessoais, para viagens do quotidiano, de pequena distância, no entanto, para grandes distâncias, percorridas por camiões, autocarros e outros, o hidrogénio é sem dúvida a melhor opção [1].

As células de combustível são um equipamento que, essencialmente, convertem energia química diretamente em energia elétrica através de reações eletroquímicas que envolvem hidrogénio e oxigénio. Dentro destas, as PEM, *proton exchange membranes*, são as mais utilizadas e fortemente alvo de investigação, bem como grandes candidatas a substituir os motores de combustão interna. No entanto, existem ainda alguns problemas relacionados com estes componentes, como o seu alto custo de produção e durabilidade, o que atrasa a sua comercialização [2].

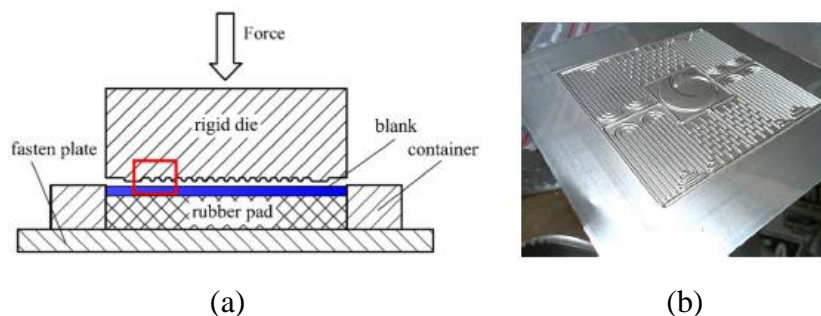


**Figura 1.1.** Vista explodida de uma célula de combustível [1].

Estas baterias são compostas por uma repetição de várias células menores, tal como é possível visualizar na Figura 1.1, podendo conter, no caso de um automóvel de passageiros, cerca de 400 a 500 placas bipolares. Um dos vários componentes deste sistema são então estas placas bipolares que contribuem para cerca de 60 a 80% do peso das baterias, e 25 a 45% do custo das mesmas [2].

Inicialmente, estas placas eram feitas de grafite, no entanto apresentavam alta fragilidade, exibiam baixa resistência mecânica bem como um alto custo de produção, necessitando também de passar por um processo de maquinagem para a produção dos canais por onde os produtos da reação circulam. Mais tarde, começaram a ser produzidas em titânio, aço inoxidável e alumínio. Assim, várias técnicas de produção começaram a ser aplicadas para produzir estas placas em materiais metálicos, como por exemplo os processos de conformação e fundição.

O processo de conformação plástica destas placas de espessura reduzida recorrendo ao uso de borrachas, oferece uma boa qualidade superficial na peça, livre de marcas, Figura 1.2, havendo no entanto o problema associado à degradação da borracha, levando a que em certas circunstâncias o processo possa não ter o custo de produção desejado. Por outro lado, a taxa de produção é menor, do que estando este processo limitado a uma reduzida gama de temperaturas, uma vez que se trata de ferramentas em borracha [3].



**Figura 1.2.** (a) Representação do processo de deformação com recurso a ferramenta de borracha; (b) placa bipolar depois do processo de conformação plástica [2].

O processo de conformação plástica consiste na modificação de um corpo metálico, normalmente chapa metálica, para uma outra forma desejada, com recurso à aplicação de tensões externas, geralmente inferiores ao limite de resistência à rotura do material. Por norma, uma força é aplicada num corpo rígido metálico que com uma forma pré-definida será forçado contra a chapa metálica, estando esta apoiada num outro corpo rígido metálico. Com recurso a borrachas de poliuretano este corpo rígido terá uma superfície de borracha, entrando em contacto com a chapa metálica, estando esta apoiada num corpo rígido metálico, dando-lhe a forma final, Figura 1.2. Deste modo, irão existir tensões de corte quer no interior da borracha, quer à superfície, onde são predominantes.

O poliuretano, composto patenteado em 1937 pela companhia Bayer AG de Leverkusen, possui características muito requisitadas na indústria, sendo assim bastante utilizado na engenharia, muito devido à sua versatilidade e deformabilidade [4].

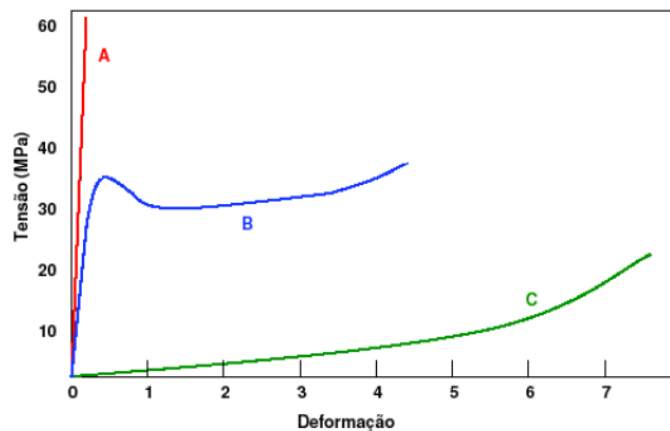
## **1.2. Perspetiva histórica e conceitos fundamentais**

Os polímeros são compostos por grandes moléculas, ou seja, macromoléculas, constituídas pela repetição de unidades químicas, denominadas por monómeros, unidos entre si por ligações covalentes.

Bem antes do processo de sintetização de polímeros, a borracha natural, obtida de certas árvores, era a única borracha existente. Originalmente descoberta na América do Sul, as primeiras porções de borrachas foram trazidas para a Europa por Cristóvão Colombo depois da sua segunda viagem à Índia. Posteriormente, os cientistas começaram a investigar este material, por causa da sua elasticidade e capacidade de impermeabilização, dando assim início à indústria da borracha na Europa por volta do início do século XVII [3]. Em 1839 Charles Good descobre a vulcanização, combinando borracha natural com enxofre e aquecendo a 270°C [5].

Ao longo dos anos, os processos relativos à produção de borracha têm vindo a ser melhorados e desenvolvidos, de modo a produzir novos materiais, com melhores características.

Estes materiais (polímeros) tendem a ser sensíveis à variação de temperatura bem como à velocidade de deformação [6]. Apresentam baixa densidade tal como um valor de rigidez tipicamente abaixo das restantes classes de materiais, tal como têm uma capacidade de deformação até 100% [7], existindo na indústria de variadas maneiras, com comportamentos por vezes bem distintos, Figura 1.3.



**Figura 1.3.** Comportamento tensão-deformação para três tipos de polímeros: frágeis (curva A), plásticos (curva B) e elastômeros (curva C) [5].

Por outro lado, grande parte dos polímeros são facilmente deformáveis, obtendo-se formas complexas. São quimicamente inertes, exibem baixa condutibilidade elétrica e não apresentam propriedades magnéticas [5]. No que diz respeito às borrachas, estas podem ser utilizadas com o intuito de absorver cargas de choque, função de amortecedor ou atenuar vibrações [7].

### 1.3. Caracterização das borrachas

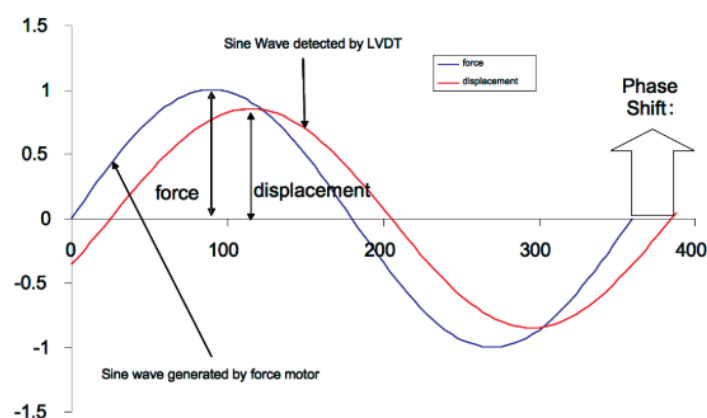
A borracha é um material com características únicas, apresentando quer um comportamento elástico como um comportamento viscoso. Para além disso, uma das características mais atrativa nas borrachas é a sua capacidade para receber grandes deformações quando submetida a pequenas cargas e posteriormente recuperar a sua forma original, sem sofrer uma deformação permanente relevante. O seu comportamento tensão-deformação é altamente não linear, pelo que o conhecimento do seu módulo de elasticidade não é o suficiente para a maior parte das aplicações. Assim, é importante perceber os conceitos, quer de viscoelasticidade, quer de hiperelasticidade, para melhor compreender o comportamento mecânico destes materiais [7]. O modelo hiperviscoelástico compreende ambas as formulações, em que a viscoelasticidade é também dependente da hiperelasticidade, implicando assim que o historial de deformações seja tido em consideração [3].

## 1.4. Testes DMA

A importância dos materiais poliméricos tem aumentado ao longo dos anos, sendo estes usados nas mais variadas aplicações. Contudo, as suas propriedades variam consoantes as condições de trabalho. Deste modo, é necessário a sua devida caracterização, por meio de vários testes, nomeadamente os DMA, *Dynamic Mechanical Analysis*.

Os DMA, também denominados de DMTA, *Dynamic Mechanical Thermal Analysis*, são testes experimentais usados para caracterizar as propriedades mecânicas dos materiais, principalmente, o comportamento viscoelástico dos polímeros, em função da temperatura, tempo, frequência, tensões, propriedades da atmosfera envolvente ou a combinação destes parâmetros [8].

Nestes testes são aplicadas pequenas deformações a um provete de dimensões pré-definidas, de uma forma sinusoidal. Isto permite que a resposta do material seja estudada, Figura 1.4.

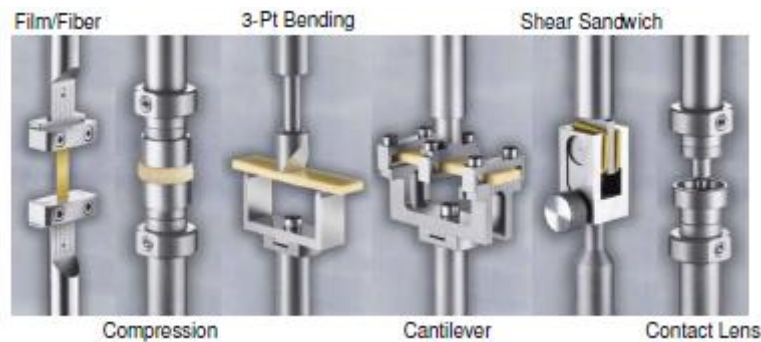


**Figura 1.4.** Relação entre a tensão sinusoidal aplicada e a resposta da deformação para um material tipicamente viscoelástico [8].

Os DMA diferem dos TMA, *Thermomechanical Analysis*, pois nestes últimos uma força constante é aplicada ao material e é observado o comportamento do mesmo em função da temperatura ou do tempo. Os DMA permitem obter o módulo de elasticidade ou armazenamento e o módulo de viscosidade ou perda do material, enquanto que os TMA nos dão os coeficientes de expansão térmica, ou CET. Ambos detetam a temperaturas de transição vítrea, no entanto, os DMA são muito mais sensíveis [9].

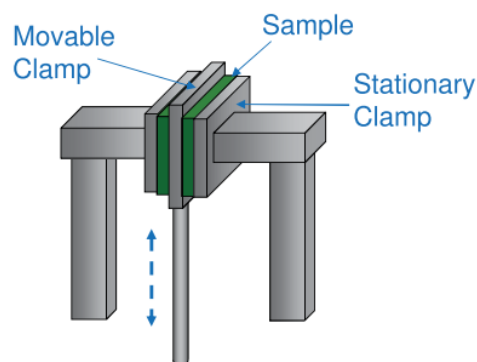
Com estes testes podem ser estudadas as propriedades físicas do material, bem como as propriedades viscoelásticas (módulo de armazenamento, módulo de perda,

temperatura de transição vítrea e  $\tan \delta$ ) [10], onde  $\delta$  representa o ângulo de defasamento entre a tensão e a deformação. A Figura 1.5 contempla os mais importantes testes DMA.



**Figura 1.5.** Vários dos testes DMA utilizados para o estudo dinâmico de polímeros [10].

Interessa-nos em especial o teste de corte, demonstrado mais detalhadamente na Figura 1.6, no qual dois provetes com as mesmas dimensões são colocados em compressão entre três amarras, de modo a que haja simetria. A amarras laterais estão fixas, enquanto que a amarra central exerce um movimento vertical sinusoidal [8]. Este é um modelo útil quando queremos estudar o comportamento de borrachas ao corte.



**Figura 1.6.** Ilustração de um teste de corte [10].

## 1.5. Objetivos e organização da dissertação

O objetivo principal deste trabalho é o projeto e concepção de um equipamento para avaliar o comportamento mecânico de borrachas de poliuretano solicitadas predominantemente ao corte. Para isso é utilizado o método dos elementos finitos para a simulação de várias configurações de montagem, de modo a maximizar a variação das tensões de corte e minimizando as tensões normais, para que o estado de tensão seja

predominantemente corte durante o carregamento. Neste estudo, o comportamento hiperelástico é descrito pelo modelo constitutivo de Mooney-Rivlin, enquanto que a viscoelasticidade é representada pelo modelo de Maxwell generalizado. Para além do estudo numérico, a validação é feita com testes em laboratório, nomeadamente testes de corte com compressão e testes de relaxação de tensões, fazendo para isso uso de uma máquina de tração universal.

Este primeiro capítulo, “Introdução”, tem como finalidade a apresentação da dissertação e o seu conteúdo, evidenciar a importância do tema, das células de combustível PEM e os objetivos da investigação. Para além disso, apresenta de forma resumida a importância e a história da borracha.

O segundo capítulo, “Fundamentos teóricos”, serve como base para todo o estudo que é efetuado daí em diante, auxiliando o leitor na compreensão do método dos elementos finitos, bem como nos modelos constitutivos utilizados. Pretende descrever como é que o comportamento das borrachas deve ser modelado matematicamente e numericamente segundo as leis constitutivas aplicadas, definir os conceitos de hiperelasticidade e viscoelasticidade, bem como da função energia de deformação.

O terceiro capítulo, “Soluções estudadas”, é dividido em duas partes: estudo da geometria e modos de fixação. No estudo da geometria, começa-se por apresentar uma análise analítica do problema, recorrendo às formulações matemáticas para o modelo viga, bem como a simulação numérica deste modelo, como a simulação numérica em 3D, enquanto que nos modelos estudados são apresentados os mecanismos de fixação estudados numericamente no programa de elementos finitos Abaqus.

O quarto capítulo, “Ensaio laboratoriais”, demonstra todos os procedimentos adotados em laboratório, uma breve explicação dos vários ensaios levados a cabo, bem como a apresentação dos resultados e a sua análise.

O quinto capítulo, “Ensaio numéricos”, começa por explicar o modo de calibração efetuado para a obtenção dos parâmetros de Mooney-Rivlin e para os parâmetros da viscoelasticidade, usando as curvas laboratoriais, passando para a implementação dos parâmetros no programa de elementos finitos, de modo a comparar as várias curvas de ensaios obtidas laboratorialmente com as curvas obtidas numericamente.

O último capítulo, “Conclusões”, reúne as principais conclusões retiradas ao longo deste trabalho, não só descrevendo os resultados adquiridos, mas também realçando

Projeto e concepção de um equipamento para avaliar o comportamento mecânico de borrachas solicitadas ao corte

---

os principais problemas encontrados. Por fim é incluído um breve resumo de possíveis futuros trabalhos.



## 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1. Método dos elementos finitos

A análise da estrutura de aviões despoletou o estudo base do método dos elementos finitos. Os estudos de Courant, que usava interpolações polinomiais com regiões triangulares para modelar problemas de torção, apareceu em 1943, derivando as matrizes de rigidez para barras, vigas e outros elementos presentes nos seus estudos [11].

O termo “elementos finitos” foi usado pela primeira vez em 1960 por Ray Clough [11], no artigo “*The Finit Element Method in Plane Stress Analysis*”. Antes do seu aparecimento era necessário recorrer à resolução direta de equações de derivadas parciais para a análise dos meios contínuos, tendo em consideração as devidas condições de fronteira. Com o constante desenvolvimento do método dos elementos finitos, MEF, e com a capacidade de cálculo dos computadores atuais, passou a ser prática recorrente a análise de estruturas com geometrias complexas, compostas por vários materiais e sujeitas a várias forças externas [12]. Compreende-se assim o facto de o MEF se ter desenvolvido a par do desenvolvimento dos computadores.

O MEF tem-se tornado uma ferramenta poderosa no que às soluções numéricas diz respeito, usado em inúmeros problemas de engenharia. O espetro de aplicações vai desde a análise de tensões e deformações de um corpo de qualquer geometria sujeito a ações exteriores, análise de fluxos de fluídos bem como análise de transferência de calor.

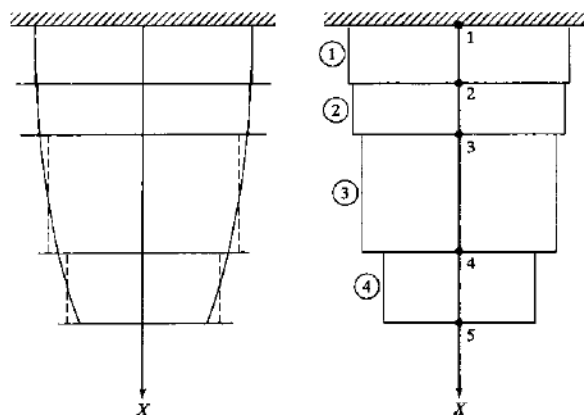
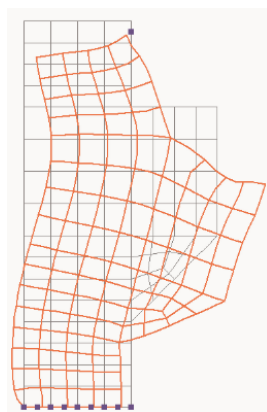


Figura 2.1. Discretização de uma barra, aproximada por elementos finitos unidimensionais [11].

Na Figura 2.1 pode-se observar uma barra, modelada por elementos finitos. De modo geral, cada linha é chamada de elemento (em 1D). Cada elemento contém dois nós, um em cada extremidade. Ao conjunto de elementos chamamos de malha. Assim, podemos também ter elementos 2D triangulares ou quadriláteros e elementos 3D tetraédricos ou hexaédricos.

O comportamento mecânico de componentes com formas complexas torna-se difícil de ser analisado. Portanto, procedesse à divisão destes componentes em componentes individuais com comportamento conhecido, processo denominado de discretização [13], Figura 2.2.

As forças e condições de fronteira são tidas em consideração, resultando assim num sistema de equações. A solução destas equações permite-nos obter o comportamento aproximado do corpo em questão [11].



**Figura 2.2.** Malha deformada representada sobre a malha não deformada de um corpo 2D [12].

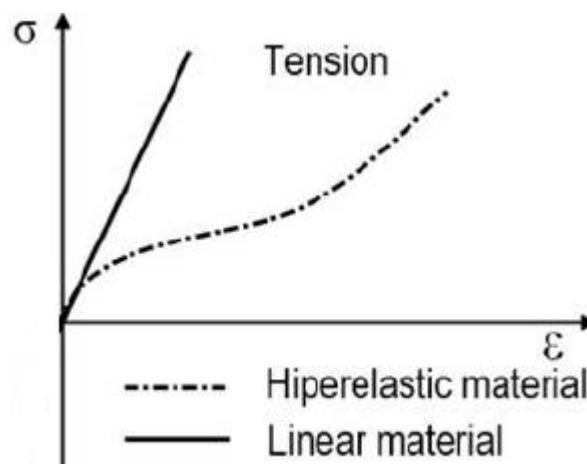
De notar que, o método dos elementos finitos é tão mais preciso quanto maior a quantidade de elementos utilizados, ou seja, quanto mais refinada for a malha. No entanto, esta precisão faz com que o processamento seja mais lento e mais “pesado”, pelo que se deve encontrar um meio termo entre a precisão dos resultados e o tempo de processamento.

## 2.2. Hiperelasticidade

As leis constitutivas de um material, permitem relacionar as grandezas que quantificam a ação e deformação de um corpo, respetivamente as tensões e as deformações. O modo como estas grandezas se relacionam dependem do material, uma vez que as leis

constitutivas aplicadas a um polímero, são, geralmente, diferentes, das leis constitutivas aplicadas a um metal [14].

O modelo mais utilizado em engenharia mecânica é o modelo linear elástico, onde a relação entre a tensão e a deformação observada no regime elástico é linear. Este é o modelo mais empregue uma vez que se aplica à grande maioria dos materiais utilizados, nomeadamente os metais, materiais denominados de elásticos de Cauchy, e é utilizado quando as deformações sofridas são muito pequenas, comparativamente com as dimensões do corpo em questão. No entanto, quando se trata de estudar a reologia dos materiais poliméricos, este modelo geralmente não pode ser aplicado. Estes apresentam um comportamento elástico não-linear para grandes valores de deformação.



**Figura 2.3.** Comparação entre o comportamento elástico e o comportamento hiperelástico [15].

Deste modo, para estes materiais, o modelo constitutivo hiperelástico baseado na função energia de deformação é o mais adequado para descrever o comportamento dos mesmos. A análise teórica do comportamento hiperelástico tem sido investigada por muito autores desde a primeira metade do século XX, ver [16].

A Figura 2.3 demonstra que para o comportamento hiperelástico, a relação entre a tensão e a deformação só é linear para deformações muito pequenas.

### **2.2.1. Função densidade de energia de deformação**

Quando não é possível relacionar as tensões e as deformações através de uma equação linear, a lei de Hooke deixa de ser válida. Assim, recorre-se à função densidade de energia de deformação, para relacionar as tensões e as deformações [17].

É possível desenvolver funções de energia de deformação para materiais isotrópicos usando as deformações principais, uma vez que estes são claramente invariantes no que diz respeito quer ao sistema de coordenadas, quer à deformação [16].

As equações constitutivas para os materiais hiperelásticos implicam a existência de uma função de energia de deformação  $W(\mathbf{C})$ , definida por unidade de volume.

Uma vez que consideramos o material isotrópico (cadeias de moléculas de elastômeros aleatoriamente orientadas [17]) e hiperelástico, a função energia de deformação pode ser escrita em ordem aos invariantes do tensor de Cauchy Green,  $\mathbf{C}$  [3]:

$$W(\mathbf{C}) = W(I_1, I_2, I_3). \quad (2.1)$$

onde  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  representam os invariantes.

### 2.2.2. Modelo constitutivo Mooney-Rivlin

Existe um grande número de modelos constitutivos hiperelásticos, desenvolvidos ao longo dos últimos 60 anos, capazes de descrever a energia de deformação de materiais hiperelásticos [17], tais como:

- Neo-Hookeano;
- Mooney-Rivlin;
- Yeoh;
- Ogden;
- Arruda-Boyce;
- Humphrey.

Os modelos Mooney-Rivlin são popularmente utilizados para representar grandes deformações e comportamentos não lineares, de materiais incompressíveis como borrachas.

A função energia de deformação é assumida como sendo linear no primeiro e no segundo invariante do tensor de deformação de Cauchy-Green [18]. Este expressa a energia de deformação como uma soma dos invariantes, da seguinte maneira:

$$W(\mathbf{C}) = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2.2)$$

O número de termos da equação é determinado pelo nível de precisão desejado para a aplicação em questão.

Um exemplo dos primeiros termos da Equação (2.2):

$$W(\mathbf{C}) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + \dots + D(J - 1)^2 \quad (2.3)$$

Na generalidade dos polímeros, a variação volumétrica é praticamente zero, ou seja, são considerados incompressíveis. Para estes casos, o terceiro invariante de deformação  $I_3$  é constante, ( $I_3 = \det(\mathbf{B}) = 1$ ), sendo  $\mathbf{B}$  o tensor de Cauchy Green à esquerda [17].

$$W(\mathbf{C}) = \sum_i^N \sum_j^N C_{ij}(I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2.4)$$

O modelo Mooney-Rivlin de primeiro grau usa dois parâmetros,  $N = 1$ , logo:

$$W(\mathbf{C}) = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (2.5)$$

onde  $C_{10}$  e  $C_{01}$  são constantes do material obtidas a partir do processo de calibração com recurso a dados experimentais.

O segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff é normalmente usado para descrever o comportamento hiperelástico do material, uma vez que pode ser derivado através da seguinte relação:

$$\mathbf{\Pi} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{E}} \quad (2.6)$$

onde  $\mathbf{\Pi}$  representa o segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff, e  $\mathbf{E}$  o tensor das deformações Green-Lagrange. O segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff pode ser escrito em termos do tensor das deformações de Cauchy-Green à direita:

$$\mathbf{\Pi} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \quad (2.7)$$

Dadas as deduções, o segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff é dado por:

$$\bar{\Pi}_{kl} = 2 \left\{ \left[ \left( -\frac{1}{3} J^{-\frac{2}{3}} \right) C_{kl}^{-1} + J^{-\frac{2}{3}} \delta_{kl} \right] C_{10} + \left[ \left( -\frac{2}{3} J^{-\frac{4}{3}} \right) C_{kl}^{-1} + J^{-\frac{4}{3}} (I_1 \delta_{kl} - C_{kl}) \right] C_{10} + \frac{K}{2} J (J - 1) C_{kl}^{-1} \right\} \quad k, l = 1, 2, 3 \quad (2.8)$$

Ao longo desta dissertação foi utilizado o modelo Mooney-Rivlin, uma vez que é bastante preciso para grandes deslocamentos num estado uniaxial de deformações e em corte [19].

## 2.3. Viscoelasticidade

Um material viscoelástico, ostenta simultaneamente características viscosas, típico de um fluido, e características elásticas, típico de um sólido.

As curvas tensão-deformação de um material variam consoante a taxa de deformação aplicada, Figura 2.4. Quanto maior a velocidade de aplicação da carga maior vai ser o valor da tensão.

A viscosidade é usada para descrever a resistência que um material oferece ao escoamento. Este fenómeno é descrito pelo escoamento viscoso, de acordo com a lei de Newton para a viscosidade e representado pelo amortecedor, Figura 2.5, onde a tensão é assumida ser função da taxa de deformação e não da deformação.

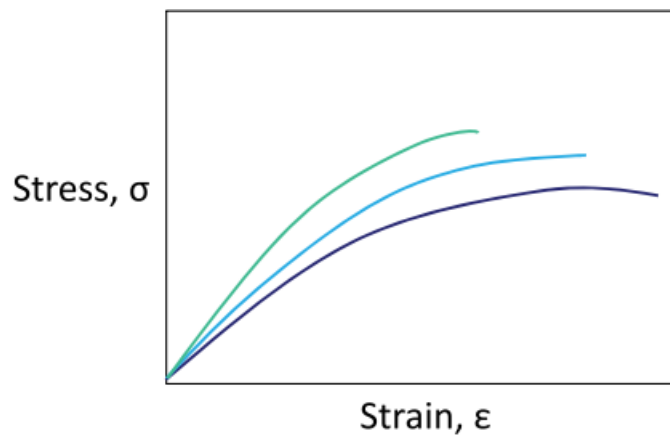


Figura 2.4. Curvas tensão-deformação para diferentes taxas de deformação [10].

O amortecimento é normalmente assumido linear, e a constante de proporcionalidade é chamada de viscosidade:

$$\sigma = \eta * \dot{\epsilon} \quad (2.9)$$

onde  $\sigma$  é a tensão,  $\eta$  a viscosidade e  $\dot{\epsilon}$  taxa de deformação.

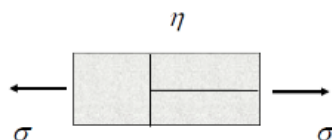


Figura 2.5. Unidade viscosa fundamental [20].

Por outro lado, os materiais que apresentam comportamento elástico podem ser representados por uma mola, caracterizada pela lei de Hooke:

$$\sigma = E * \epsilon \quad (2.10)$$

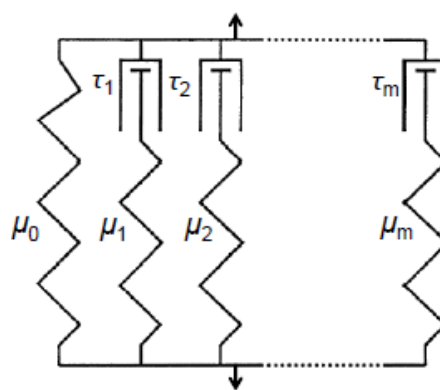
Na Figura 2.6 podemos observar a representação de um corpo elástico. Quando se aplica uma força à mola ela deforma de maneira proporcional. No entanto, quando a força  $F$  é retirada, a mola retorna à sua configuração inicial [20].



**Figura 2.6.** Mola caracterizada pela lei de Hooke, representativa de um corpo elástico [20].

São dois os modelos usados para caracterizar o comportamento viscoelásticos. O modelo de Maxwell e o modelo de Kelvin-Voigt, no entanto nenhum deles concebe uma resposta viscoelástica que represente quantitativamente o comportamento de muitos materiais reais, pelo que modelos mais complexos devem ser usados, por exemplo para a obtenção da função de relaxação de tensões e da função de fluência.

No caso estudado a viscoelasticidade é descrita pelo modelo de Maxwell generalizado, representado por uma mola e por  $M$  elementos de Maxwell [1]. Cada um dos elementos de Maxwell é constituído por uma mola e um amortecedor, representados pelo tempo de relaxação,  $\tau$ , e  $ak_j = \frac{\mu_j}{\mu_0}$ , onde  $\mu_j$  representa a constante de elasticidade da mola do elemento  $j$  de Maxwell e  $\mu_0$  está relacionado com a componente hiperelástica da mola.



**Figura 2.7.** Modelo reológico da mola-amortecedor [3].

A dedução da tensão de viscoelasticidade foi apresentada por Kaliske [21]:

$$h_j^{n+1} = \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_j}\right) h_j^n + ak_j \frac{1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_j}\right)}{\frac{\Delta t}{\tau_j}} [\sigma_0^{n+1} - \sigma_0^n] \quad (2.11)$$

onde  $h_j^{n+1}$  representa a tensão viscoelástica num incremento  $n+1$ , enquanto que  $\sigma_0^{n+1}$  representa a tensão imposta pelo comportamento hiperelástico. Para além disso,  $ak_j$  e  $\tau_j$  são os parâmetros relacionados com o  $j$  elemento de Maxwell.

## 2.4. Hiperviscolasticidade

A necessidade de utilizar a formulação hiperelástica simultaneamente com a formulação viscoelástica dá origem ao comportamento hiperviscolástico. Para além disso a viscolasticidade é dependente da hiperelastividade. O modelo de Maxwell generalizado permite-nos obter o comportamento mecânico, definindo ambas as contribuições. Consequentemente, o segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff, avaliado num dado incremento, é dado pela soma de dois componentes, mais especificamente a tensão produzida pelo comportamento hiperelástico ( $\Pi_{HE}$ ), e a tensão resultante de cada elemento de Maxwell ( $\Pi_{MW_i}$ ) [3], dado pela equação (2.12):

$$\Pi_{total} = \Pi_{HE} + \sum_{i=1}^M \Pi_{MW_i} \quad (2.12)$$

onde a tensão em cada elemento de Maxwell é dada por:

$$\Pi_{MW_i}^{n+1} = \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_i}\right) \Pi_{MW_i} + \frac{ak_i \tau_i}{\Delta t} \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_i}\right)\right] (\Pi_{HE}^{n+1} + \Pi_{HE}^n) \quad (2.13)$$

sendo  $\Delta t$  o respetivo incremento de tempo.

A grande parte das borrachas apresentam este tipo de comportamento, como é o caso das borrachas de poliuretano, estudadas nesta dissertação. Quando o coeficiente de Poisson tende para 0,5 (material incompressível), a formulação de elementos finitos com base nos deslocamentos conduz a problemas.

A aplicação de uma formulação híbrida para materiais incompressíveis pode evitá-los [13]. Esta formulação permite-nos assim trabalhar com materiais incompressíveis, usando para isso duas variáveis, o deslocamento,  $\mathbf{u}$ , e a pressão,  $p$  [13].



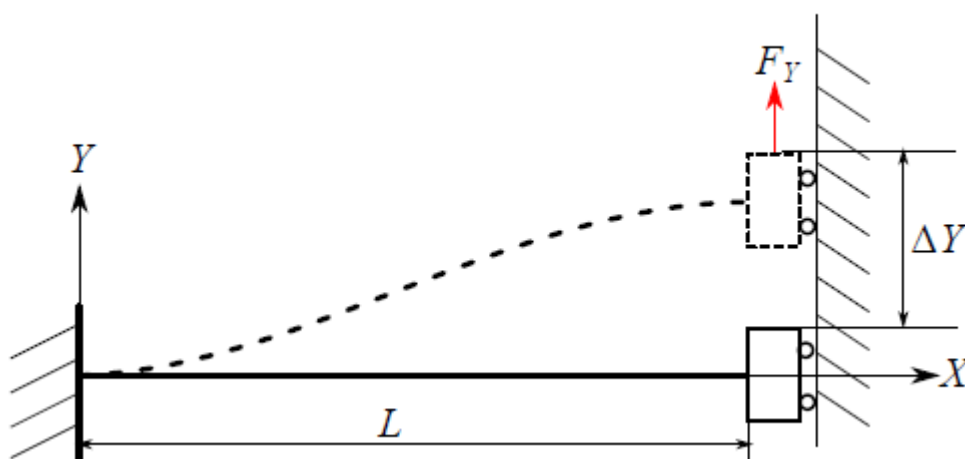
### 3. SOLUÇÕES ESTUDADAS

#### 3.1. Estudo da geometria

Nos primeiros passos deste trabalho foi feito um estudo da geometria mais adequada para os provetes a utilizar. Para isso, o problema foi estudado analiticamente e numericamente no programa de elementos finitos *ADINA*. Ao longo do estudo da geometria foi usado o modelo linear elástico, com um módulo de elasticidade  $E = 10 \text{ MPa}$ , e coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,3$ . Esta simplificação resulta do facto de estarmos apenas interessados em verificar quais as variáveis responsáveis pela variação da tensão de corte e da tensão normal, verificar a aplicabilidade das equações analíticas e posteriormente proceder à comparação dos resultados.

##### 3.1.1. Solução analítica

O modelo a estudar rege-se pelas seguintes condições de fronteira: encastrado nas duas extremidades, sendo que numa delas haverá deslocamento vertical. Este modelo encontra-se representado na Figura 3.1.



**Figura 3.1.** Viga e a sua respetiva deformada, segundo as condições de fronteira impostas [22].

O primeiro estudo realizado foi feito com base nas formulações analíticas, referente ao problema em questão, usando para isso as formulações matemáticas para o caso

da viga. Aqui, foi estudada essencialmente a geometria dos provetes, nomeadamente o comprimento e a respetiva secção transversal.

Assim, as tensões normais podem ser obtidas a partir de:

$$\sigma_{xx} = \frac{M_{m\acute{a}x}y_{m\acute{a}x}}{I_{zz}} \quad (3.1)$$

onde  $M_{m\acute{a}x}$  representa o momento na linha neutra,  $y_{m\acute{a}x}$  a distância entre a linha neutra e extremidade do provete, e  $I_{zz}$  o momento de inércia geométrico segundo o eixo dos  $zz$ .

No que diz respeito à tensão de corte, esta pode ser obtida através da equação de Jouravski:

$$\tau_{xy} = \frac{FS^*_{zz}}{I_{zz} * b} \quad (3.2)$$

onde  $\tau_{xy}$  representa a tensão de corte,  $F$  a força aplicada e  $S^*_{zz}$  o momento estático da secção segundo o eixo dos  $zz$  e  $b$  a largura do provete.

Fazendo o desenvolvimento das Equações (3.1) e (3.2) para o caso da secção transversal ser retangular, a razão entre as tensões de corte e as tensões normais resulta em:

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{xx}} = \frac{4h}{9L} \quad (3.3)$$

onde  $h$  representa a altura do provete e  $L$  o comprimento.

Analogamente para a secção circular, a razão entre as tensões de corte e as tensões normais é dada por:

$$\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{xx}} = \frac{R}{6L} \quad (3.4)$$

onde  $R$  representa o raio do provete de secção transversal circular.

Deste modo, podemos concluir desde já que para aumentar a relação entre as tensões de corte e as tensões normais o comprimento do provete deve ser minorado. No caso da secção transversal retangular, a altura do provete  $h$  deve ser a maior possível, enquanto que para a secção transversal circular, quanto maior o raio  $R$  maior a relação desejada.

Os valores das tensões normais e tensões de corte obtidos analiticamente são gerados através das Equações (3.5) e (3.6), respetivamente:

$$\sigma_{xx} = \frac{3E\Delta h}{L^2} \quad (3.5)$$

$$\tau_{xy} = \frac{4E\Delta h^2}{3L^3} \quad (3.6)$$

onde  $\Delta$  representa o deslocamento vertical.

### 3.1.2. Solução numérica

De modo a verificar a validade das formulações matemáticas utilizadas, foi feito o estudo numérico do mesmo problema, segundo as mesmas condições, no software de elementos finitos, *ADINA*. Foram utilizados dois tipos de elementos finitos, nomeadamente o elemento viga e o elemento hexaédrico 3D, aplicados a 6 provetes (3 com secção transversal retangular e 3 com secção transversal circular) com dimensões iguais, variando somente o comprimento dos mesmos.

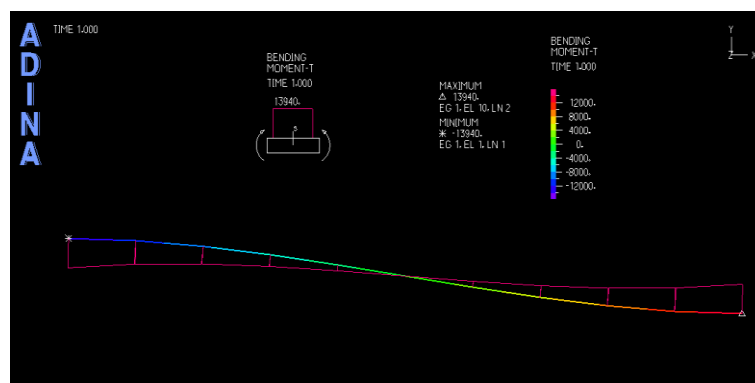
Para a secção transversal retangular foram definidas uma largura de 12,7 mm e uma altura de 28 mm. No que diz respeito à secção circular, foi definido um raio de 10 mm.

Os comprimentos impostos e os respetivos deslocamentos verticais foram os seguintes:

- $L_1 = 1000 \text{ mm}$  ( $\Delta_1 = 100 \text{ mm}$ );
- $L_2 = 100 \text{ mm}$  ( $\Delta_2 = 10 \text{ mm}$ );
- $L_3 = 10 \text{ mm}$  ( $\Delta_3 = 1 \text{ mm}$ );

onde  $\Delta$  representa o deslocamento vertical segundo o eixo dos yy.

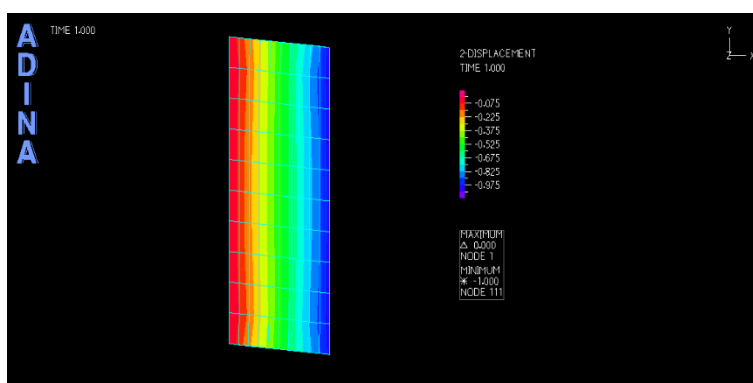
O valor máximo do momento fletor e a deformada foram obtidos utilizando a formulação viga. A partir do valor máximo do momento fletor é retida a tensão normal máxima, Equação (3.1). A tensão de corte é obtida através da Equação (3.2), tendo em conta a reação vertical no apoio.



**Figura 3.2.** Deformada da viga, segundo as condições impostas, obtida através do software de elementos finitos ADINA, para o modelo viga, secção transversal retangular,  $L_3 = 10 \text{ mm}$ .

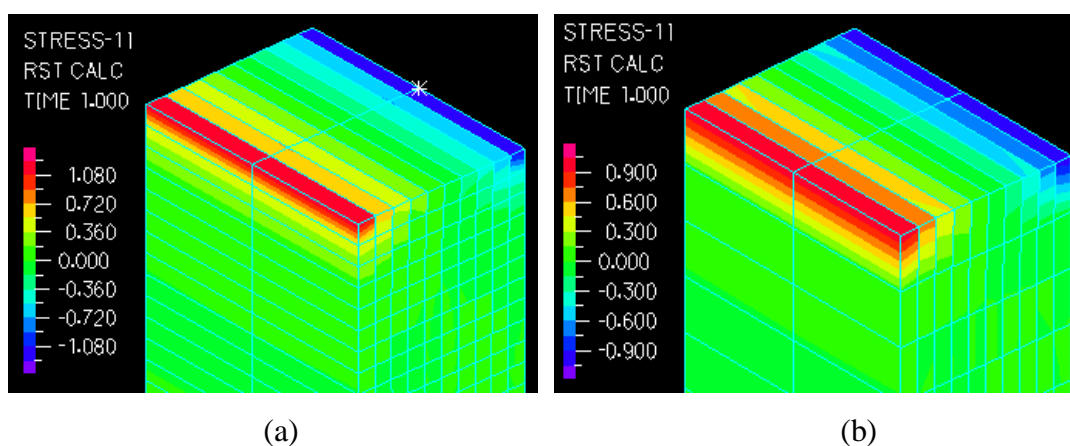
Com base na Figura 3.2 verifica-se que o momento máximo surge nos encastramentos, enquanto que no centro da viga este é nulo, tal como esperado.

Para além dos elementos viga, foram utilizados também elementos hexaédricos, com 8 nós por elemento. Quer as tensões de corte quer as tensões normais são retiradas diretamente do programa de elementos finitos. O deslocamento vertical pode ser observado na Figura 3.3, para o provete com  $L_3 = 10 \text{ mm}$ .



**Figura 3.3.** Modelo 3D deformado com elementos hexaédricos, para as condições impostas, obtido através do software de elementos finitos ADINA, para a secção transversal retangular,  $L_3 = 10 \text{ mm}$ .

A partir desta análise foi também possível verificar que, quanto maior o refinamento da malha nas zonas periféricas dos provetes, maior a variação entre a tensão máxima e a tensão mínima, Figura 3.4.



**Figura 3.4.** Comparação do gradiente de tensões normais em MPa, na extremidade de um provete de secção transversal retangular,  $L_3 = 10 \text{ mm}$ , (a) com o refinamento da malha na zona de maiores tensões normais (b) sem refinamento da malha na zona de maiores tensões.

### 3.1.3. Comparação das soluções

Por fim, pode ser feita uma comparação entre as tensões normais e tensões de corte obtidas segundo os três modos, para os vários comprimentos, quer para a secção transversal retangular, Tabela 3.1, bem como para a secção transversal circular, Figura 3.2.

**Tabela 3.1.** Variação das tensões com a variação dos comprimentos, para os vários modelos, relativo à secção transversal retangular.

	L =10 mm		L =100 mm		L =1000 mm	
	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]
<b>Modelo Analítico</b>	8,4000	10,4533	0,8400	0,1045	0,0840	0,0011
<b>Modelo Viga</b>	8,4003	11,7600	0,8400	0,1176	0,0840	0,0012
<b>Modelo 3D</b>	1,2660	0,4145	0,8376	0,1193	0,0901	0,2002

**Tabela 3.2.** Variação das tensões com a variação dos comprimentos, para os vários modelos, relativo à secção transversal circular.

	L =10 mm		L =100 mm		L =1000 mm	
	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]	$\sigma_{xx}$ [MPa]	$\tau_{xy}$ [MPa]
<b>Modelo Analítico</b>	6,0000	4,0000	0,6000	0,0400	0,0600	0,0004
<b>Modelo Viga</b>	5,9995	4,7125	0,5999	0,0471	0,0599	0,0005
<b>Modelo 3D</b>	1,2660	0,4386	0,6466	0,1558	0,0722	0,1077

Como se pode observar, e tal como esperado, podemos constatar que o resultado obtido no modelo viga é muito próximo do resultados analítico. Para além disso, é possível verificar que as formulações matemáticas e o modelo viga deixam de ser válidos consoante diminuimos o comprimento do provete. De notar que a tensão de corte no provete com 100

mm não é a mesma que para os outros modelos, uma vez que se trata de um componente de grandes dimensões, e a qualidade da malha (limitação de 900 nós) não é suficientemente para representar estas tensões.

É possível concluir que, em relação às formulações matemáticas clássicas para o modelo de viga, estas não podem ser aplicáveis para provetes com pequenas dimensões (comprimento), uma vez que estas implicam, entre outras suposições, que uma das dimensões do componente seja claramente maior que as restantes. Neste caso de estudo, as dimensões ideais a ser usadas são muito pequenas, logo não é possível utilizar as formulações analíticas.

### 3.2. Modos de fixação

Estudada a geometria do provete, é possível agora ter ideia das dimensões que devem ser utilizadas de maneira a aumentar as tensões de corte e minorar as tensões normais.

As borrachas que se pretendem estudar são fornecidas em varões de secção circular, pela empresa Portuguesa *Norlene*. Assim, daqui em diante serão estudados apenas provetes com secção transversal circular, sendo as quatro soluções aqui ilustradas referentes ao PR95, para um diâmetro de 20,5, no entanto o mesmo foi feito para o PR70, com o mesmo valor de diâmetro.

As análises numéricas que se seguem foram realizadas no programa de elementos finitos, Abaqus. Assim, foram estudados vários mecanismos de fixação, de modo a chegar a um que cumprisse com os requisitos desejados.

As borrachas de poliuretano utilizadas ao longo deste trabalho são as apresentadas na Tabela 3.3.

**Tabela 3.3.** Características das borrachas de poliuretano estudadas [3].

---

<b>Poliuretano</b>	<b>Dureza shore [A]</b>	<b>Coefficiente de Poisson</b>
<b>PR70</b>	70	0,4999
<b>PR95</b>	95	0,4999

---

Na análise dos modos de fixação foi usado um modelo hiperviscoelástico para descrever o comportamento da borracha. Os coeficientes do modelo de Mooney-Rivlin

utilizados neste capítulo são apresentados na Tabela 3.4, enquanto que os quatro parâmetros de Maxwell encontram-se na Tabela 3.5, para o PR70 e na Tabela 3.6 para o PR95.

**Tabela 3.4.** Propriedades hiperelásticas das borrachas de poliuretano estudadas [3].

	<b>C10</b>	<b>C01</b>	<b>D1</b>
<b>PR70</b>	1,1988	0	0,000834513
<b>PR95</b>	3,6654	0	0,002728215

De maneira a caracterizar o comportamento hiperelástico usando o programa Abaqus, para além dos parâmetros referentes ao modelo constitutivo,  $C_{10}$  e  $C_{01}$ , é também necessário o parâmetro  $D$ , o qual está relacionado com o coeficiente de Poisson do material:

$$D = \frac{2}{K} = \frac{2}{2 * 1000(C_{01} + C_{10})} \quad (3.7)$$

onde  $K$  representa o módulo de compressão.

Uma vez que apenas podemos considerar o poliuretano praticamente incompressível, o valor de  $D$  será muito próximo de 0.

Os parâmetros hiperelásticos e viscoelásticos utilizados nesta secção foram obtidos através de compressão uniaxial, e retirados de [3].

**Tabela 3.5.** Propriedades viscoelásticas da borracha de poliuretano PR70 [3].

<b>PR70</b>	<b><math>ak_i</math></b>	<b><math>\tau_i</math></b>	<b><math>g_i</math></b>	<b><math>k_i</math></b>
<b><math>i = 1</math></b>	1E-04	12763,8800	5E-06	0
<b><math>i = 2</math></b>	0,0698	9,3812	0,0386	0
<b><math>i = 3</math></b>	0,6469	0,0044	0,3575	0
<b><math>i = 4</math></b>	0,0929	726,0190	0,0513	0

**Tabela 3.6.** Propriedades viscoelásticas da borracha de poliuretano PR95 [3].

PR95	$ak_i$	$\tau_i$	$g_i$	$k_i$
$i = 1$	1E-04	628,4000	2E-06	0
$i = 2$	0,8225	0,1137	0,2053	0
$i = 3$	2,0179	0,0065	0,5037	0
$i = 4$	0,16561	6,6254	0,0413	0

No que diz respeito ao comportamento viscoelástico, as séries Prony ( $\bar{g}_i^p$  e  $\tau_i$ ) são usadas no Abaqus para descrever o comportamento do material, tendo estas a seguinte formulação:

$$g_R(t) = G_0 \left( 1 - \sum_{i=1}^N \bar{g}_i^p \left( 1 - e^{\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)} \right) \right) \quad (3.8)$$

onde ( $\bar{g}_i^p$  e  $\tau_i$ ) são os parâmetros e  $N$  o número de elementos de Prony, que deve ser igual ao número de elementos de Maxwell.

Da dedução obtém-se:

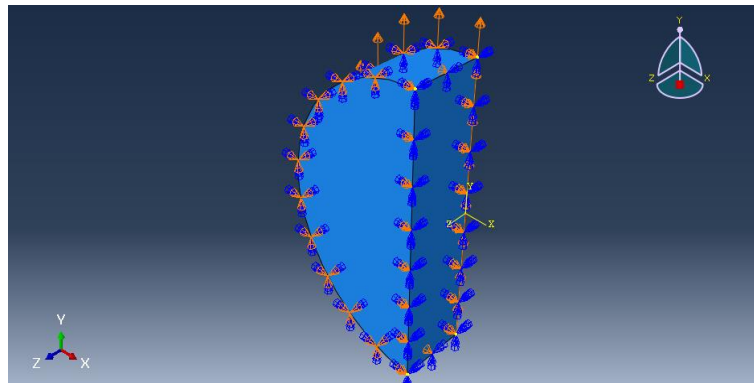
$$\bar{g}_i^p = \frac{\mu_i}{\mu_0 + \sum_{j=1}^N \mu_j} = \frac{ak_i}{1 + \sum_{j=1}^N ak_j} \quad (3.9)$$

### 3.2.1. Solução colada

Esta primeira abordagem, Figura 3.5, é possivelmente a mais simples de ser estudada, uma vez que não existem tensões adicionais devido ao mecanismo implementado. A espessura do provete que se apresenta é de 5 mm. Entenda-se daqui em diante, espessura, como a distância entre as faces laterais do provete.

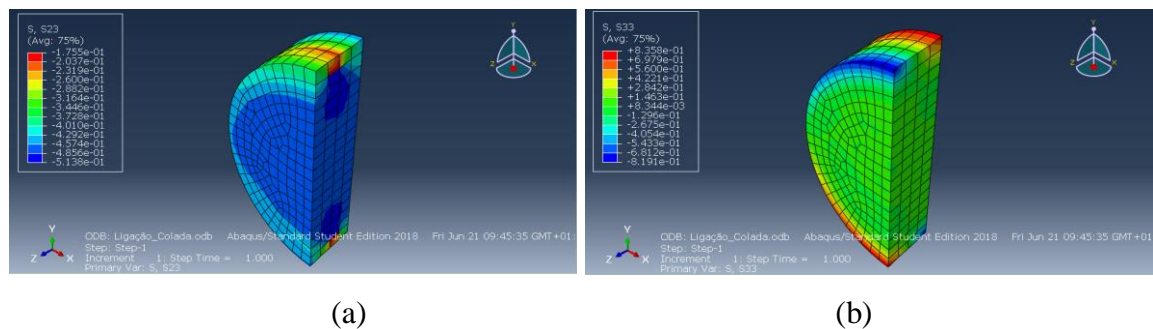
Ambas as faces laterais do provete são coladas a um corpo rígido e posteriormente é aplicado um deslocamento vertical de 1 mm entre as mesmas. De notar que as amarras a considerar são entendidas como corpos rígidos, uma vez que consistem em placas de aço, contendo uma rigidez muito superior à das borrachas de poliuretano estudadas.





**Figura 3.5.** Modo de fixação por ligação colada.

Esta solução apresenta bons resultados, uma vez que as tensões de corte são bastante superiores às tensões normais, Figura 3.6. No entanto, existe uma certa dificuldade em implementar este mecanismo devido à dificuldade de obtenção de uma cola suficientemente forte, bem como à distribuição uniforme da cola pelas faces da borracha. Verifica-se também que nas extremidades do provete existe um aumento no gradiente das tensões normais, devido à reduzida rotação das secções, Figura 3.6.



**Figura 3.6.** (a) Distribuição das tensões de corte para o PR70 para a solução colada; (b) distribuição das tensões normais para o PR70 para a solução colada.

### 3.2.2. Solução com compressão

O mecanismo que se segue, Figura 3.7, tem como base a fixação por atrito, onde se utiliza lei de Coulomb. O provete é colocado entre dois corpos rígidos e posteriormente comprimido de modo a provocar uma força de atrito entre as superfícies do provete e as superfícies dos corpos rígidos. A espessura do provete que se apresenta é de 5 mm.

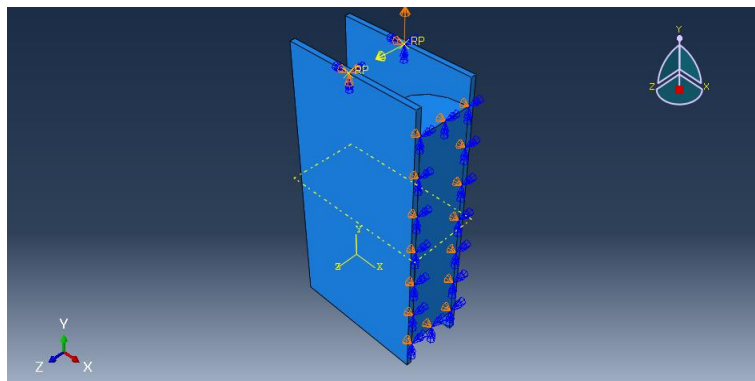


Figura 3.7. Modo de fixação por compressão.

Este é um mecanismo fácil de implementar, embora desta solução advenham grandes tensões normais de compressão, necessárias para a fixação do provete. Na Figura 3.8 apresentam-se as distribuições de tensões para o PR70.

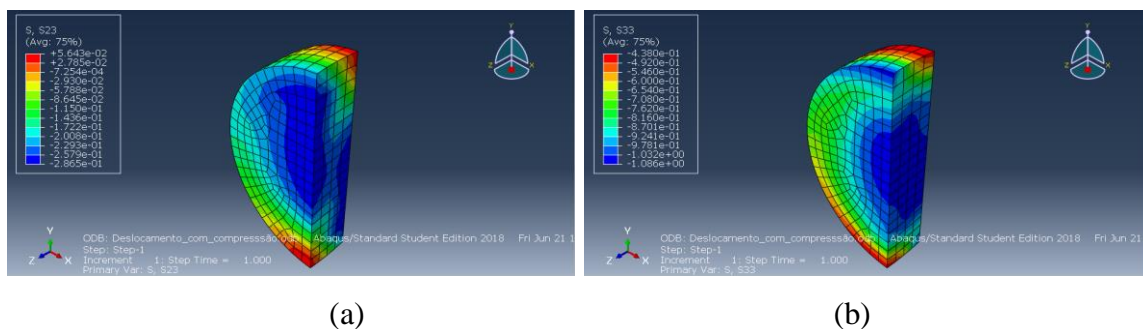


Figura 3.8. (a) Distribuição das tensões de corte para o PR70 para a fixação por compressão; (b) distribuição das tensões normais para o PR70 para a fixação por compressão.

### 3.2.3. Solução apoiada

O seguinte mecanismo, Figura 3.9, compreende num provete de maiores dimensões, colocado em duas amarras com furos com o mesmo diâmetro do provete. As amarras distam entre si 5 mm. A espessura total do provete que se apresenta é de 25 mm.

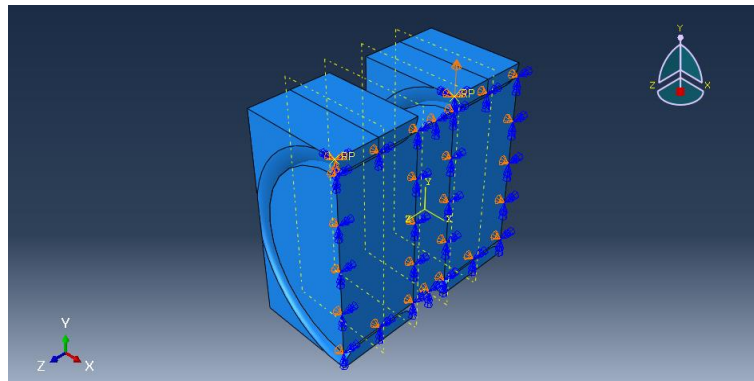


Figura 3.9. Modo de fixação apoiada.

As tensões de corte são superiores às tensões normais na zona central, Figura 3.10, no entanto, existem algumas tensões de contacto e o gradiente de distribuição de tensões é muito complexo.

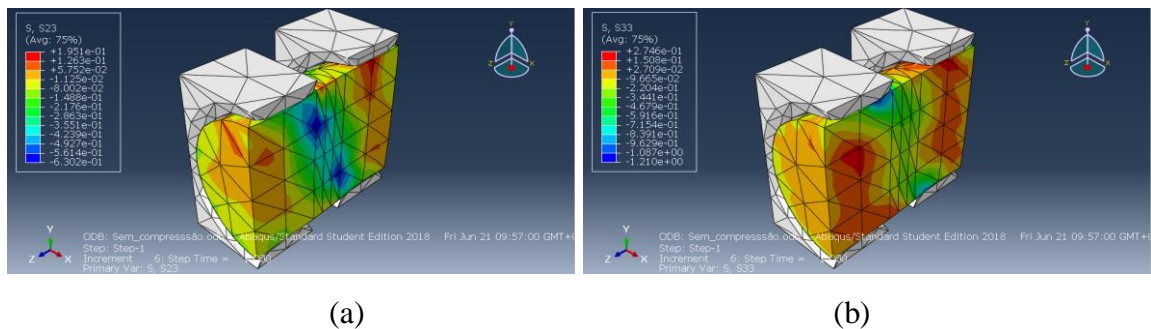


Figura 3.10. (a) Distribuição das tensões de corte para o PR70 para a solução apoiada; (b) distribuição das tensões normais para o PR70 para a solução apoiada.

Na solução apoiada foram aplicados elementos tetraédricos, enquanto que nos restantes os elementos utilizados são hexaédricos. De notar que existe uma limitação de 1000 nós imposta pela versão estudante do software Abaqus.

### 3.2.4. Solução encastrada com arredondamentos

Este modelo de provete, Figura 3.11, surgiu da tentativa de eliminar os maiores problemas dos restantes três modelos estudados. Aqui pretende-se eliminar o problema da fixação, encastrando as duas superfícies laterais, eliminando as tensões normais de compressão e o problema da cola, bem como usar arredondamentos para diminuir as tensões de contacto entre a borracha e as amarras.

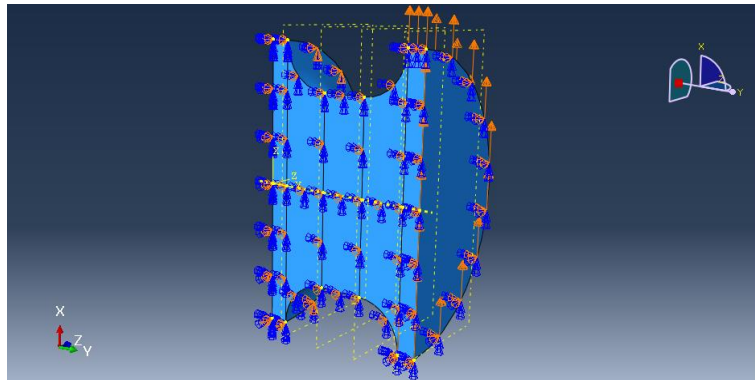


Figura 3.11. Modo de fixação por encastramento, em que o provete é composto por arredondamentos.

Os arredondamentos têm um raio de 5 mm, tal como a zona central do provete, enquanto que as zonas do encastramento apresentam uma espessura de 2 mm.

Como é possível verificar na Figura 3.12, as tensões de corte são superiores às tensões normais na zona central. Por outro lado, dada a natureza do material a utilizar e as reduzidas dimensões dos provetes, torna-se difícil a obtenção de provetes com geometria tão complexa.

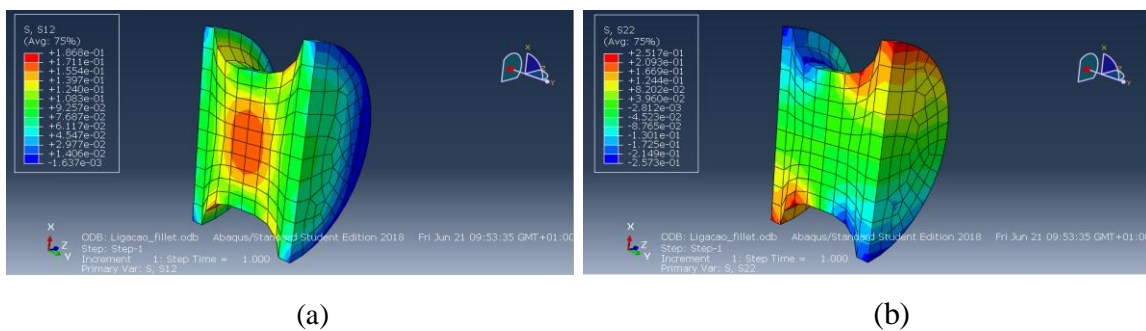


Figura 3.12. (a) Distribuição das tensões normais para o PU70 para a solução encastrado com arredondamentos; (b) distribuição das tensões de corte para o PU70 para a solução encastrado com arredondamentos.

### 3.2.5. Comparação dos vários modos

De modo geral, os mecanismos estudados apresentam gradientes de tensões bastante complexos, fazendo assim com que seja difícil identificar uma tensão que faça representar o modelo, pelo que aqui são apresentadas as tensões máximas, bem como as tensões médias no núcleo do provete, para cada mecanismo.

**Tabela 3.7.** Comparação das tensões normais e de corte, máximas e médias no núcleo do provete, para o PR70.

	$\sigma_{xx_{m\acute{a}x}}$ [MPa]	$\sigma_{xx_{nuc}}$ [MPa]	$\tau_{xy_{m\acute{a}x}}$ [MPa]	$\tau_{xy_{nuc}}$ [MPa]
<b>Solução Colada</b>	-0,819	0,008	-0,514	-0,514
<b>Solução com compressão</b>	-1,086	-1,086	-0,865	0,865
<b>Solução apoiada</b>	-1,210	0,468	-0,630	-0,630
<b>Solução com arredondamentos</b>	0,252	-0,009	0,187	0,187

**Tabela 3.8.** Comparação das tensões normais e de corte, máximas e médias no núcleo do provete, para o PR95.

	$\sigma_{xx_{m\acute{a}x}}$ [MPa]	$\sigma_{xx_{nuc}}$ [MPa]	$\tau_{xy_{m\acute{a}x}}$ [MPa]	$\tau_{xy_{nuc}}$ [MPa]
<b>Solução Colada</b>	2,487	0,03748	-1,568	-1,482
<b>Solução com compressão</b>	-1,299	-0,9979	-0,3247	-0,3048
<b>Solução apoiada</b>	-7,729	-2,109	-4,113	-4,113
<b>Solução com arredondamentos</b>	0,721	0,1129	0,5675	0,5675

Apesar de a solução colada apresentar os melhores resultados, esta foi colocada de parte, devido à dificuldade da sua ligação com as amarras do mecanismo, tal como já foi mencionado. O mesmo aconteceu com a solução encastrada com arredondamento, devido à dificuldade em obter um provete com tais dimensões.

Deste modo, e uma vez que se torna difícil caracterizar a solução apoiada devido aos seus complexos gradientes de tensões, a solução com compressão apresenta-se como a melhor candidata a ser estudada. Apesar de existirem tensões normais no provete, durante a

etapa de corte a sua magnitude não deve variar muito em comparação com o aumento da tensão de corte com o avanço do deslocamento imposto à placa rígida.

## 4. ENSAIOS LABORATORIAIS

Com base nas soluções estudadas anteriormente, referentes ao modo de fixação dos provetes e à sua geometria, procedeu-se ao projeto do mecanismo de fixação mais adequado, de modo a realizar os ensaios laboratoriais. O mecanismo a utilizar laboratorialmente tem como base a fixação por compressão das borrachas, uma vez que esta solução é de fácil implementação comparativamente com as restantes soluções estudadas.

Neste capítulo apresentam-se os três tipos de ensaios realizados em laboratório: ensaios de corte com compressão uniaxial, ensaios de compressão uniaxial e testes de relaxação de tensões. Todos os ensaios aqui apresentados são realizados com uma velocidade de aplicação da carga bastante baixa.



**Figura 4.1.** Provetes de poliuretano, PUR70 (amarelo) e PUR95 (cor de laranja), usados nos ensaios laboratoriais.

Na Figura 4.1 apresentam-se os dois tipos de poliuretano estudados nesta dissertação. O PUR70, a amarelo, e o PUR95, a laranja, com diferentes valores de rigidez. Apresentam também diferentes diâmetros e espessuras, Tabela 4.1.

**Tabela 4.1.** Raios e espessuras de ambos os provetes de poliuretano estudados.

	<b>PR70</b>	<b>PR95</b>
<b>Raio [mm]</b>	10,25	9,00
<b>Espessura [mm]</b>	4,57	4,03

#### **4.1. Montagem e procedimento experimental**

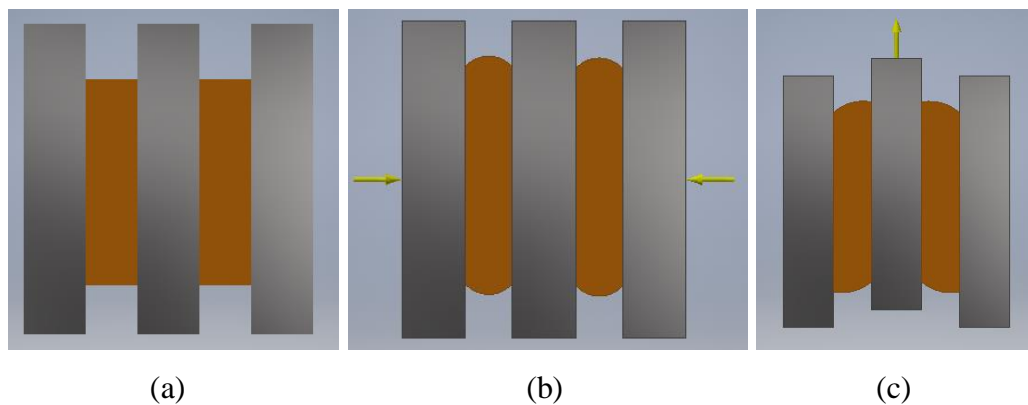
Em primeiro lugar, foi produzido à base de componentes feitos em aço o mecanismo onde os provetes seriam testados. Este mecanismo consiste em três placas de alumínio que são comprimidas por duas placas de aço, aparafusadas entre si, de modo a realizar a força de compressão necessária à fixação dos provetes. Estas três placas são aparafusadas a mais duas, uma em cada extremidade, que posteriormente serão colocadas nas amarras da máquina universal de tração.

Um dos principais problemas neste tipo de ensaios é a existência de momentos provocados pelo carregamento. De maneira a eliminar estes momentos, a montagem foi realizada simetricamente, tal como pode ser observado na Figura 4.2 e Figura 4.3.

Posteriormente, foram cortados vários provetes com a espessura desejada e feita a sua medição de modo a verificar que os pares de provetes utilizados em cada ensaio tinham as mesmas dimensões. De maneira a minimizar ao máximo a influência de agentes externos foram limpas as superfícies das placas de aço, medida a espessura das três chapas, 28 mm, e de seguida montado o mecanismo, alinhando todos os componentes devidamente. Por fim, é realizada a compressão das três placas de aço juntamente com os dois provetes e montado o mecanismo na máquina universal de tração. O deslocamento de compressão aplicado em cada um dos provetes foi de 1 mm.

Posto isto, fixadas as duas placas laterais, é provocado um deslocamento vertical na placa central, de modo a executar o corte simples em ambos os provetes. Os vários passos da montagem encontram-se apresentados na Figura 4.2, onde a cinzento se representam as placas de aço, a laranja as borrachas, e a amarelo as forças aplicadas.





**Figura 4.2.** Fases de montagem do mecanismo de teste: (a) alinhamento das placas de aço e das borrachas; (b) aplicação da compressão das borrachas; (c) aplicação do deslocamento de corte.

Como a fixação é realizada por atrito, é sabido logo à partida que o valor máximo do deslocamento que será possível impor irá depender da força de atrito máxima existente, consequentemente, do deslocamento de compressão previamente definido.



**Figura 4.3.** Mecanismo implementado em laboratório numa máquina de tração universal.

## 4.2. Corte simples com compressão

Os primeiros testes a realizar foram os de corte simples com compressão uniaxial, onde é aplicado um deslocamento vertical máximo a uma certa velocidade de aplicação de carga. Chegado ao deslocamento máximo a máquina finda o carregamento e é feita a libertação da carga. Deste modo, é possível verificar qual o deslocamento para o qual se inicia o escorregamento dos provetes, ou seja, para o qual a força de atrito gerada entre o provete e as placas de aço deixa de ser suficiente para que continue a existir corte simples.

Entre ensaios sucessivos é importante aliviar a compressão nas borrachas, de modo a aliviar a possível existência de tensões residuais bem como possíveis deformações indesejadas provocadas pelo carregamento, voltando-se a realizar o alinhamento de todos os componentes do mecanismo, uma vez que o mesmo provete é utilizado em vários ensaios.

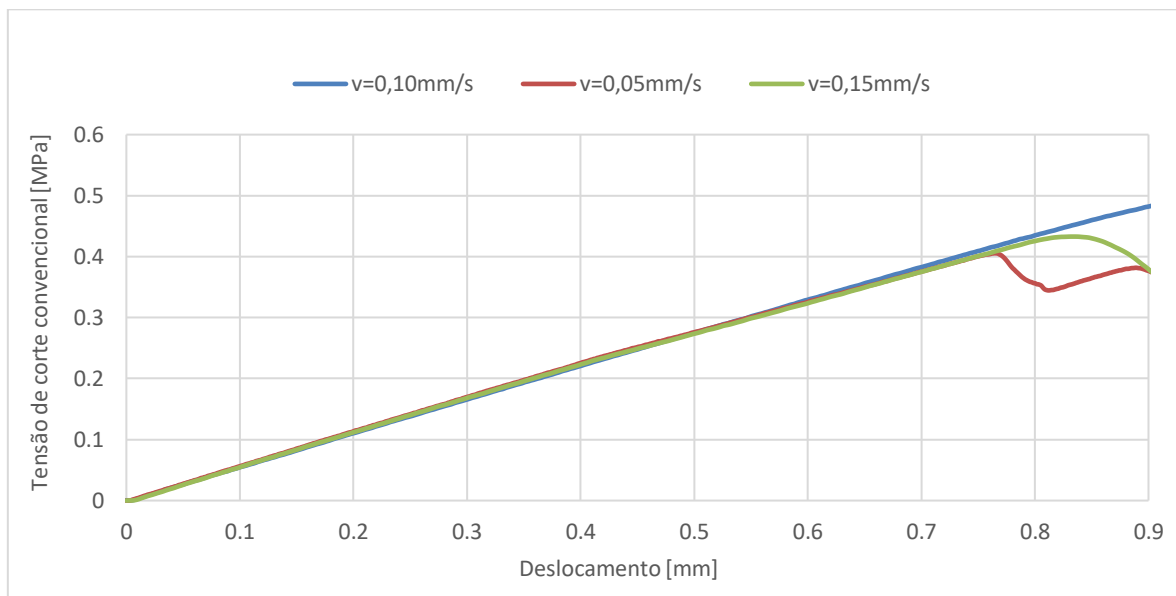
Da máquina de tração universal são obtidos os valores da força aplicada e do deslocamento da amara em função do tempo. De modo a facilitar a comparação e futuro processamento de dados os gráficos apresentados neste capítulo exibem a relação da tensão de corte convencional ou da tensão normal convencional em função do deslocamento.

A tensão de corte convencional é obtida através da Equação (4.1).

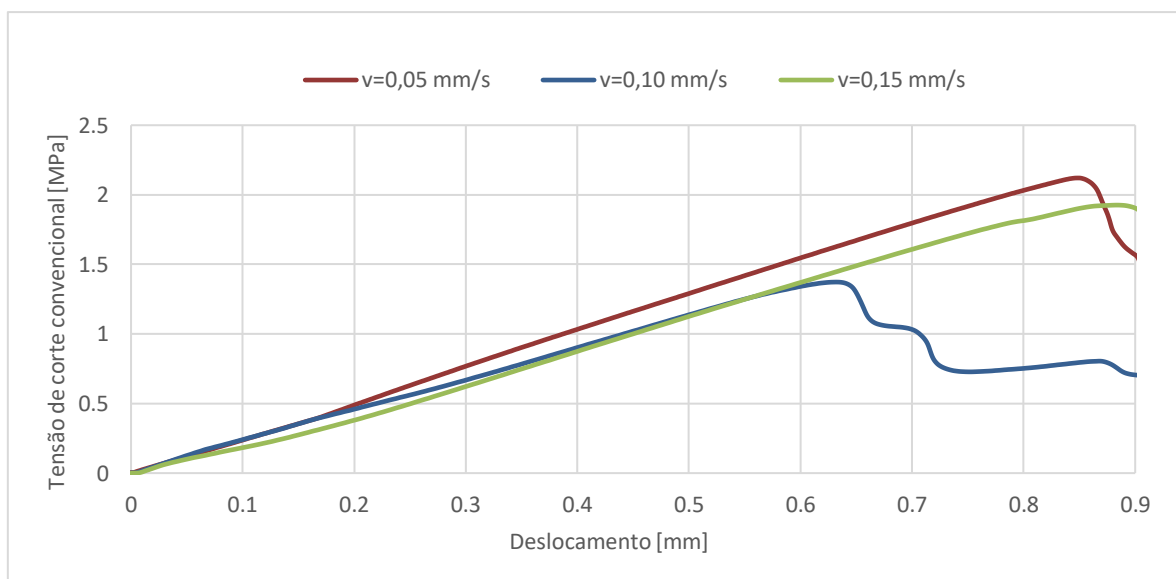
$$\tau_{xy} = \frac{F}{2A_i} \quad (4.1)$$

onde  $F$  representa a força retirada da máquina de tração universal, para o corte dos dois provetes, e  $A_i$  a área transversal inicial do provete. A força obtida é a necessária ao corte de dois provetes, Figura 4.3, tendo esta de ser dividida por dois de modo a determinar obter a força efetiva em cada provete.

Para ambas as borrachas foram realizados ensaios de corte com compressão a três velocidades diferentes:  $v = 0,05 \text{ m/s}$ ,  $v = 0,10 \text{ m/s}$  e  $v = 0,15 \text{ m/s}$ . Na Figura 4.4 e Figura 4.5 representam-se as curvas tensão de corte convencional em função do deslocamento para as três velocidades diferentes, referente ao PR70 e ao PR95, respetivamente.



**Figura 4.4.** Relação entre a tensão de corte convencional e o deslocamento, referente aos testes de corte simples com compressão para o PR70.



**Figura 4.5.** Relação entre a tensão de corte convencional e o deslocamento referente os testes de corte simples com compressão para o PR95.

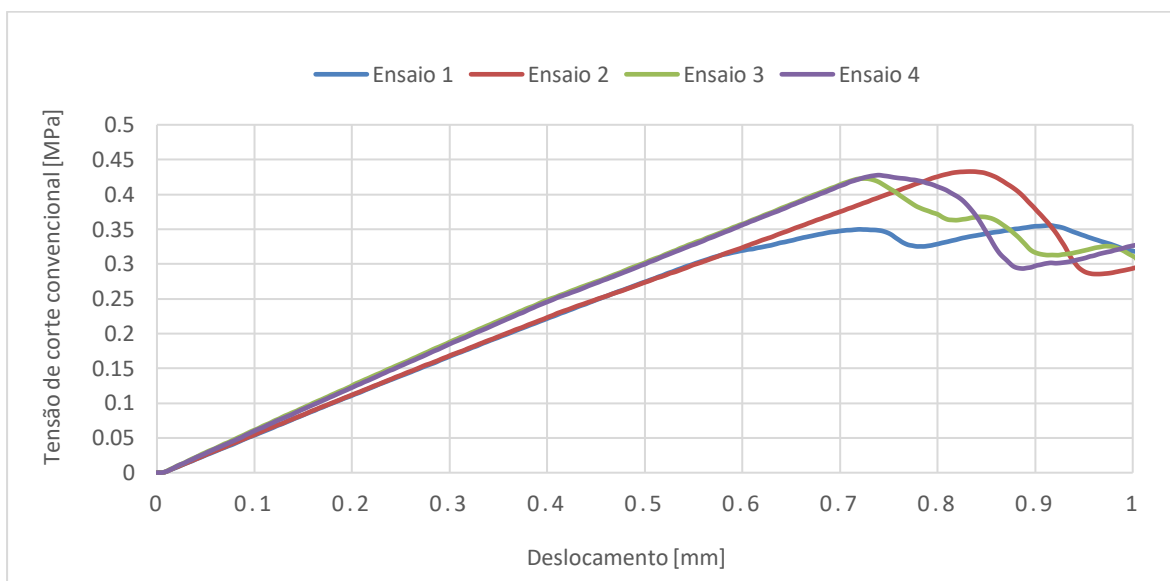
Quer para o PR70 quer para o PR95 verifica-se uma boa linearidade entre a tensão de corte convencional e o deslocamento, para valores de deslocamento abaixo do escorregamento, para os vários ensaios, sendo também possível verificar que a velocidade de aplicação da carga praticamente não tem influência no declive da zona linear.

No que diz respeito ao PR95 o resultado à velocidade  $v = 0,10\text{ m/s}$  ficou aquém da expectativa, uma vez que o escorregamento se deu abaixo do valor de deslocamento esperado, o que terá sido, muito provavelmente, uma consequência da

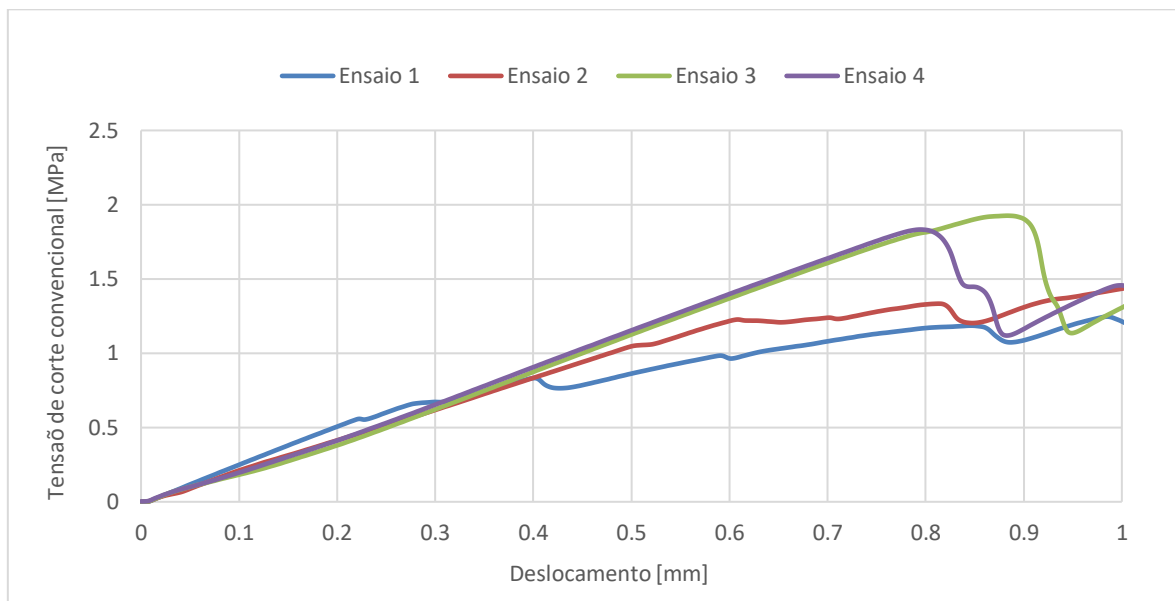
dificuldade em obter um carregamento em perfeitas condições de simetria, ou devido à possível contaminação das faces do provete e/ou das placas de aço.

Quanto à relação entre a velocidade de aplicação da carga e o deslocamento máximo obtido, não é possível à partida tirar qualquer conclusão.

De maneira a verificar a precisão e reprodutibilidade dos resultados foram também efetuados vários ensaios à velocidade  $v = 0,15 \text{ m/s}$  para cada um dos provetes. Na Figura 4.6 e na Figura 4.7 representam-se as curvas tensão de corte convencional-deslocamento para cada borracha estudada.



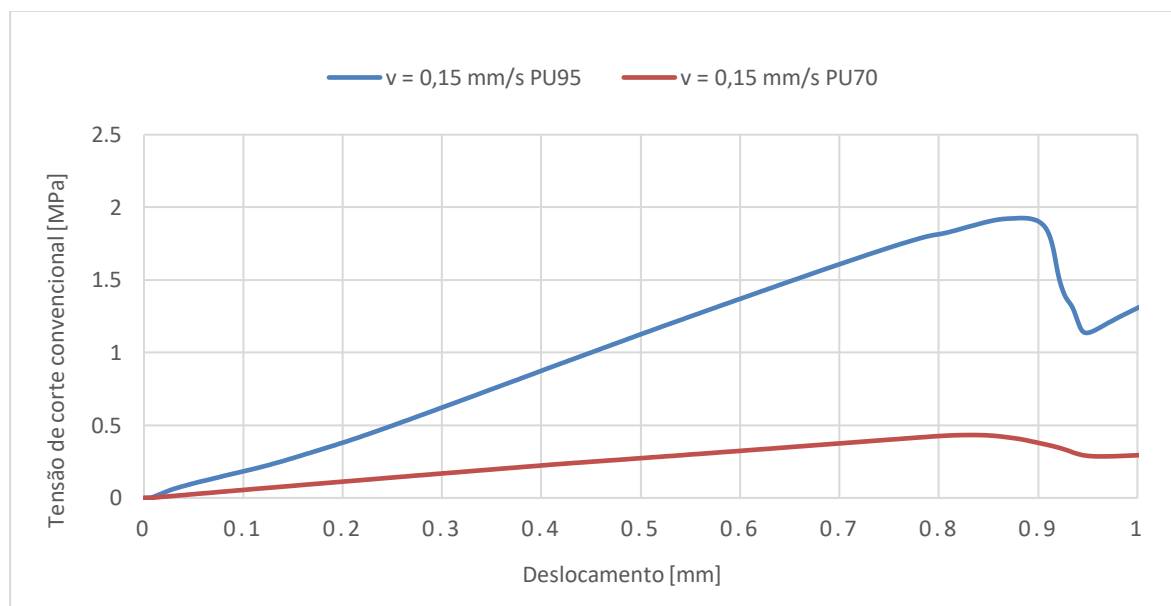
**Figura 4.6.** Relação entre a tensão de corte convencional e o deslocamento referente aos ensaios de corte simples com compressão uniaxial à velocidade de 0,15 m/s, para o PR70.



**Figura 4.7.** Relação entre os ensaios de corte simples com compressão referente aos ensaios de corte simples com compressão uniaxial à velocidade de 0,15 m/s, para o PR95.

Verifica-se uma boa reprodutibilidade de resultados, exceto para o primeiro e segundo ensaios do PR95, nos quais possivelmente o alinhamento dos componentes não foi feito devidamente. De notar que existe uma certa dificuldade no processo de alinhar todos os componentes, uma vez que o acesso às posições das borrachas é dificultado pelas placas de aço.

Por fim, podemos também comparar a curva tensão de corte convencional-deslocamento, à velocidade  $v = 0,15 \text{ m/s}$ , do PR70 com a curva do PR95 à mesma velocidade, Figura 4.8.

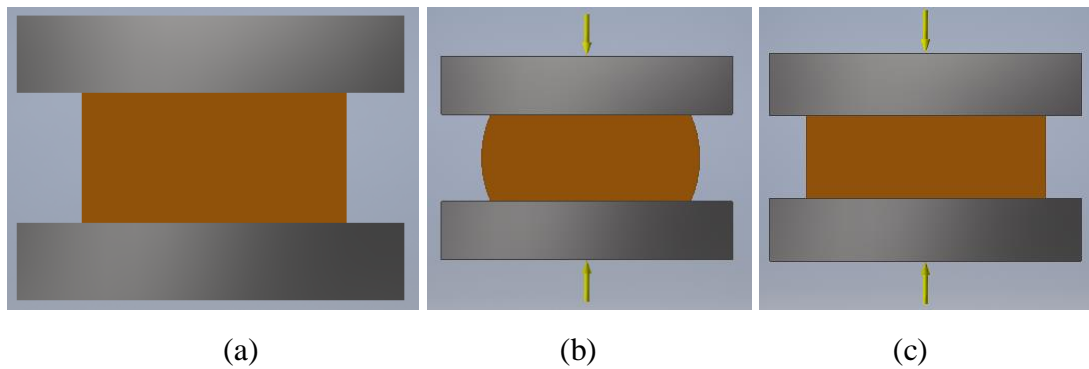


**Figura 4.8.** Comparação das curvas tensão e corte convencional-deslocamento, referente aos testes de corte simples com compressão uniaxial para o PR95 e para o PR70, à velocidade de 0.15 m/s.

Podemos verificar que a curva do PU95 apresenta um maior declive em relação à curva do PU70, o que pode ser justificado pela diferença de rigidez entre as duas borrachas, que pode ser definida pela sua dureza, Tabela 3.3. No entanto, mesmo com diferentes declives, verifica-se que o valor de deslocamento máximo é muito semelhante.

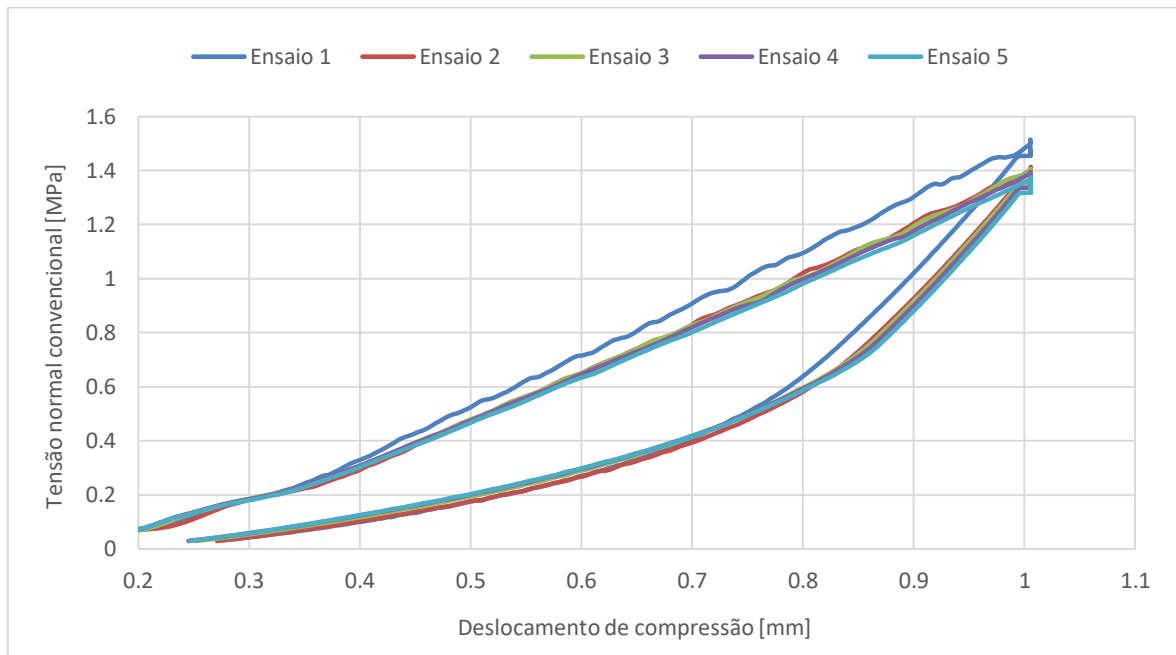
### 4.3. Compressão uniaxial

Uma vez que nos testes anteriores a compressão é feita mediante a aplicação de um deslocamento previamente definindo, torna-se necessário recorrer a testes de compressão de modo a verificar qual a força normal aplicada correspondente a esse deslocamento. Na realização destes ensaios, as superfícies laterais dos provetes foram devidamente lubrificadas, usando para isso glicerina, de modo a que o efeito barril não ocorra, obtendo-se assim um estado uniaxial de tensões, mais fácil de estudar do que o estado triaxial de tensões que ocorreria no caso da não existência de lubrificação entre as superfícies em contacto, Figura 4.9.



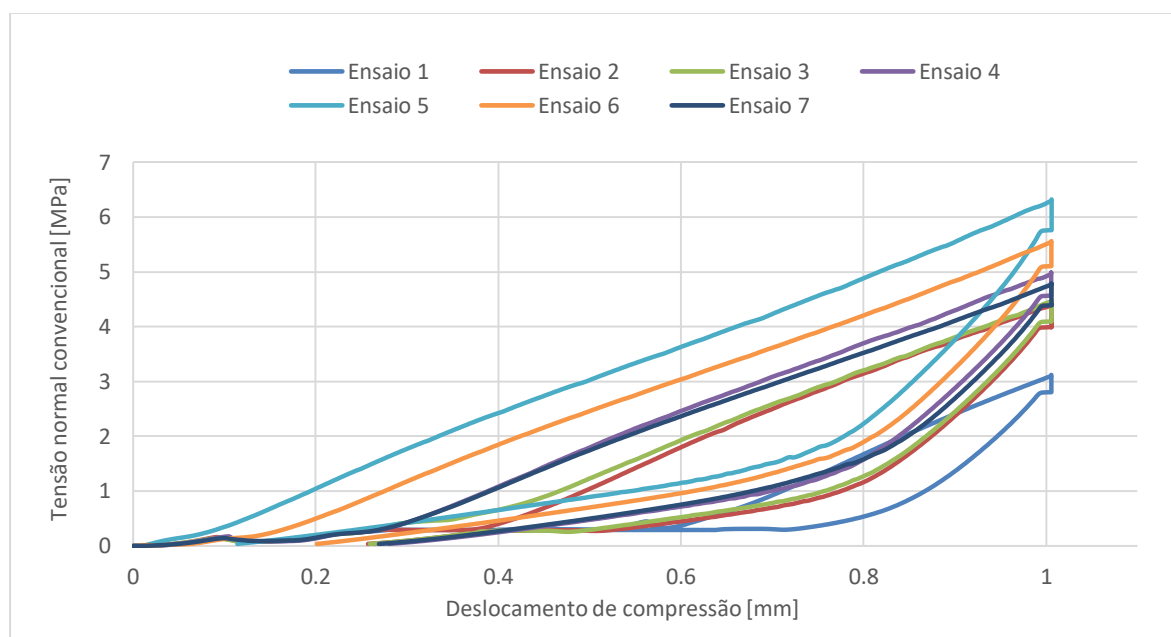
**Figura 4.9.** Ensaios de compressão uniaxial: (a) alinhamento dos componentes na máquina de tração universal; (b) compressão sem lubrificação; (c) compressão com lubrificação.

No teste de corte simples com compressão foi definido que cada provete estaria sujeito a 1 mm de deslocamento de compressão, logo, a força de compressão exercida é a necessária à compressão de 1 mm de poliuretano. Assim, foram realizados ensaios de compressão uniaxial, para o deslocamento total de 1 mm, obtendo-se a relação entre a tensão de compressão convencional e o deslocamento sofrido pelo provete, Figura 4.10 e Figura 4.11.



**Figura 4.10.** Relação entre a tensão normal convencional e o deslocamento de compressão referente aos testes de compressão para o PR70, para diferentes velocidades de aplicação de carga.

O salto a 0,2 mm de deslocamento é consequência do aperto defeituoso das amarras da própria máquina de tração. Não foi retirada a folga e quando a força atinge um certo patamar essa força é vencida pela força do próprio ensaio, conduzindo a um aumento de deslocamento em incremento de força.



**Figura 4.11.** Relação entre a tensão normal convencional e o deslocamento e compressão referente aos testes de compressão para o PR95, para diferentes velocidades de aplicação de carga.

Verifica-se que para o PR70 existe uma boa reprodutibilidade entre os resultados de cada ensaio, não existindo uma grande variação da força máxima de compressão com a velocidade de aplicação de carga. O mesmo não acontece para o PR95, uma vez que, apesar de os declives referentes às curvas dos vários ensaios serem semelhantes, os valores da tensão de compressão convencional máxima são bastante díspares. De notar que as condições não foram as mesmas em todos os ensaios, nomeadamente a velocidade de carga e a lubrificação.

#### 4.4. Relaxação de tensões

A relaxação de tensões é uma das principais características dos materiais viscoelásticos, descrevendo como é que os polímeros libertam tensões quando sujeitos a uma deformação constante ao longo do tempo, sendo por isso de extrema importância o seu estudo.

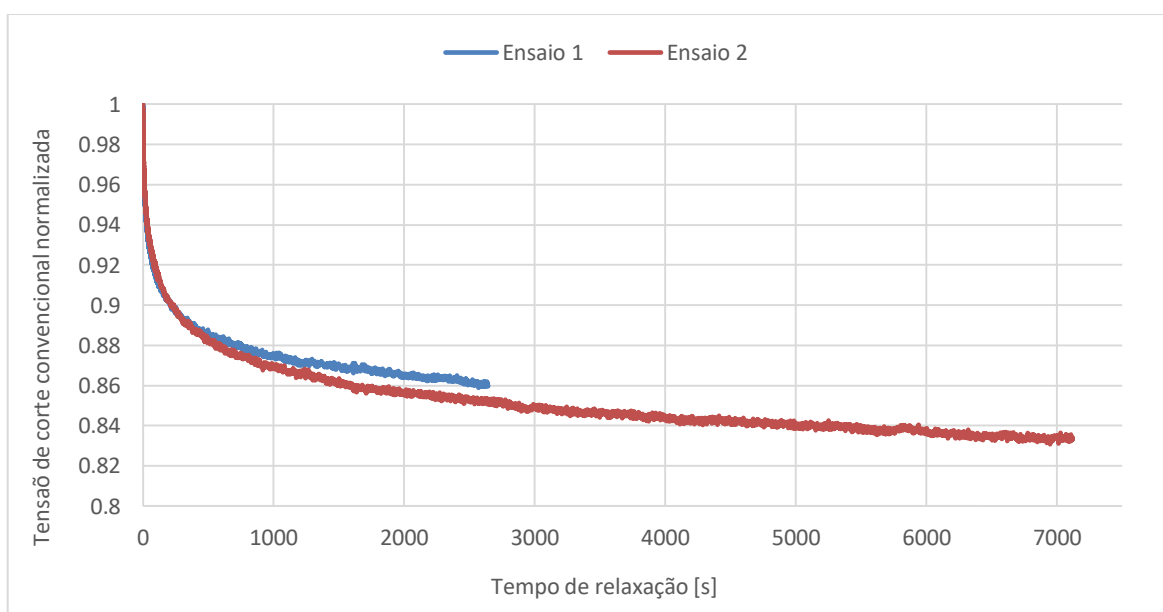
Na primeira fase dos ensaios de relaxação de tensões é realizada a montagem e o carregamento de corte com compressão dos provetes a uma velocidade  $v = 0,05 \text{ mm/s}$ , tal como nos ensaios de corte com compressão uniaxial, obtendo-se um deslocamento de corte de 0,5 mm. De seguida esse deslocamento de corte máximo é mantido constante ao longo de 7000 segundos, aproximadamente 2 horas, dando-se nesta fase a relaxação das tensões. Por fim é feito o descarregamento, voltando os provetes às dimensões iniciais.



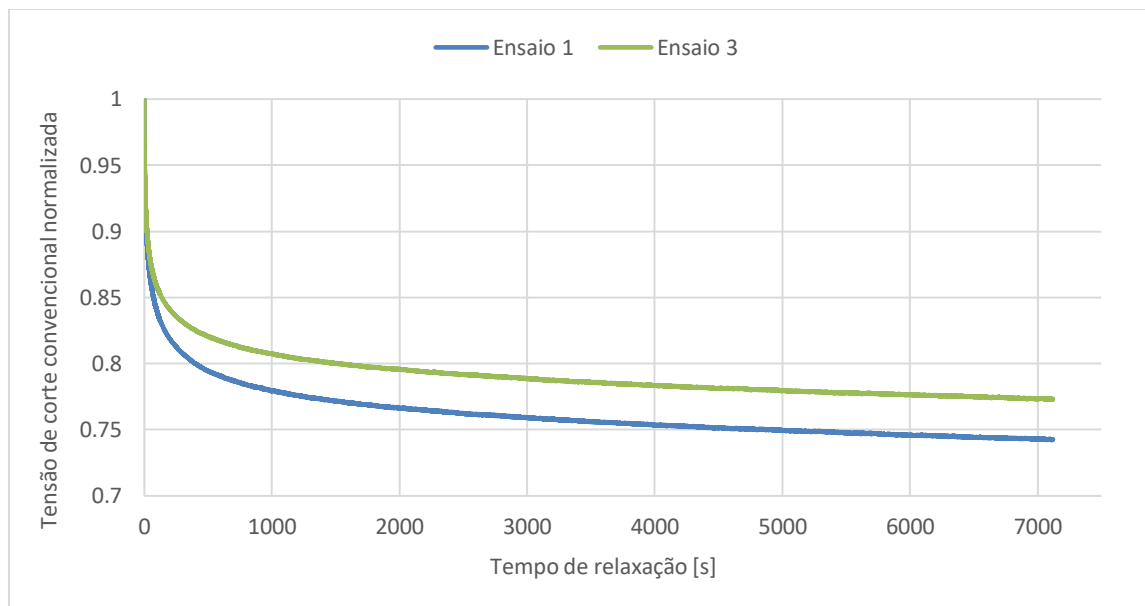
Para cada uma das borrachas de poliuretano foram realizados dois ensaios, de modo a verificar a reprodutibilidade de resultados.

Entre os ensaios realizados, apesar da semelhança nas curvas de relaxação, existe uma diferença visível quanto à força máxima que é obtida para o mesmo deslocamento, levando a que os gráficos dos vários ensaios não se sobreponham. Esta diferença deve-se ao facto de que, apesar do deslocamento de corte inicialmente imposto ser igual para ambos os ensaios, a força máxima obtida aquando da execução do corte é diferente. Ou seja, no ensaio em que a força máxima é maior, a força ao longo do tempo de relaxação continua com uma maior magnitude comparativamente ao outro ensaio. Esta diferença nas forças entre testes reflete a dificuldade em criar ensaios em que as condições sejam exatamente as mesmas.

Para uma melhor análise dos resultados obtidos foi realizada a normalização da tensão de corte convencional, fazendo-se para isso o quociente da tensão de corte convencional instantânea pela tensão de corte convencional máxima. Para além disso, é apenas representada a zona de relaxação de tensões, retirando-se o tempo de aplicação da carga em corte bem como o descarregamento, tal como se pode ver na Figura 4.12 e Figura 4.13, onde se encontram os resultados dos ensaios de relaxação de tensões para o PR70 e PR95, respetivamente.



**Figura 4.12.** Resultados dos testes de relaxação de tensões para o PR70, em corte simples com compressão uniaxial, realizados mediante as mesmas condições.



**Figura 4.13.** Resultados dos testes de relaxação de tensões para o PR95, em corte simples com compressão uniaxial, realizados mediante as mesmas condições.

Da análise dos resultados acima ilustrados podemos em primeiro lugar verificar a existência da relaxação de tensões. A partir do momento em que o deslocamento máximo é atingido este é mantido constante por um longo período de tempo. Nos primeiros instantes a força necessária para provocar tal deformação decresce significativamente, com tendência a estabilizar-se ao longo de um certo tempo.

No que diz respeito ao PR70 existe uma diminuição da tensão de corte convencional de cerca de 17%, enquanto que para o PR95 obteve-se diminuições de tensão de corte convencional de 25 e 22 %, concluindo-se assim que este último apresenta maior tendência para manifestar relaxação de tensões.

## 5. ENSAIOS NUMÉRICOS

### 5.1. Calibração dos parâmetros do modelo

De modo a descrever numericamente o comportamento mecânico das borrachas em análise, é necessário proceder à obtenção dos parâmetros do modelo constitutivo de Mooney-Rivlin para a hiperelasticidade, bem como dos parâmetros dos elementos de Maxwell que caracterizam a viscosidade. Neste estudo foram utilizados 4 elementos de Maxwell, o que significa a obtenção de um total de 8 parâmetros só para descrever o comportamento viscoso.

Os parâmetros são obtidos considerando o ensaio experimental descrito no capítulo anterior, ou seja, existe uma etapa de compressão (1 mm) realizada em 5 s, uma etapa de corte (0,5 mm) com duração de 10 segundos e a fase de relaxação de tensões durante 7000 segundos. O único dado experimental utilizado na calibração dos parâmetros é a evolução da força no ensaio de corte com compressão. Uma vez que a etapa de corte é precedida de uma etapa de compressão, o estado de tensão deve tomar em conta estas duas componentes de deformação, nomeadamente a deformação axial e a deformação de corte. Numa condição de compressão uniaxial seguida de corte, a componente de corte do primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff é obtida através de:

$$P_{12} = F_{11}\pi_{12} + F_{12}\pi_{22} + F_{13}\pi_{32} = \lambda^{-\frac{1}{2}}\pi_{12} + \lambda\gamma\pi_{22} \quad (5.1)$$

em que  $\pi$  é o segundo tensor da tensão de Piola-Kirchhoff,  $\gamma$  é a deformação angular definida pelo quociente entre o deslocamento de corte e a espessura depois de comprimido,  $\lambda$  (*stretch*) é dado pelo quociente entre a altura do provete depois de comprimida e a altura do mesmo antes da compressão, e  $F$  representa o tensor gradiente de deformação.

Por outro lado, a componente axial do primeiro tensor da tensão de Piola-Kirchhoff,  $P_{22}$  é dada por:

$$P_{22} = F_{21}\pi_{12} + F_{22}\pi_{22} + F_{23}\pi_{32} = \lambda\pi_{22} \quad (5.2)$$

onde  $\pi_{22}$  é a componente axial do segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff. O valor de cada uma das componentes do segundo tensor das tensões de Piola-Kirchhoff resulta da soma da componente hiperelástica da tensão,  $\Pi_{HE_{12}}$ , dada por:

$$\Pi_{HE_{12}} = 2((C_{10}\lambda + C_{01})\lambda\gamma) \quad (5.3)$$

com a componente viscoelástica da tensão, dada pela soma da contribuição de cada elemento de Maxwell, onde a contribuição de cada elemento é dada por:

$$iMAX_j = e^{-\left(\frac{t_j - t_{j-1}}{\tau_i}\right)} iMAX_{j-1} + \left(\frac{ak_i \tau_i}{t_i - t_{i-1}}\right) \left(1 - e^{-\left(\frac{t_j - t_{j-1}}{\tau_i}\right)}\right) (\Pi_{HE_{12_i}} - \Pi_{HE_{12_{i-1}}}) \quad (5.4)$$

De modo a poder observar isoladamente o efeito da viscoelasticidade, efetuou-se juntamente com o ensaio de corte com compressão o ensaio de relaxação de tensões. A calibração dos parâmetros de material é feita em simultâneo, considerando tanto a etapa de corte com compressão, como a etapa de relaxação de tensões. Uma vez que a calibração foi feita para o ensaio de corte com compressão e para o ensaio de relaxação de tensões, os parâmetros viscoelásticos e os parâmetros hiperelásticos dependem simultaneamente da calibração das duas curvas.

O processo de calibração consiste em encontrar um conjunto de parâmetros que minimizem a diferença entre a resposta numérica e experimental. Os parâmetros obtidos são os que minimizam o erro entre os resultados experimentais e a curva de calibração. O erro é então dado por:

$$Erro = \sum_{i=1} \left( P_{12_{laboratorial_i}} - P_{12_{calibração_i}} \right)^2 \quad (5.5)$$

onde  $P_{12}$  é o valor da componente de corte do primeiro tensor tensão de Piola-Kirchhoff, avaliado experimentalmente e o resultado da calibração, e pelo deslocamento de compressão. Para isso foi utilizada a ferramenta *solver* do programa *Microsoft Excel*, onde é possível aproximar a curva de calibração da curva experimental, diminuindo a diferença total entre as duas. Desta forma é possível chegar aos valores dos parâmetros da hiperelasticidade,  $C_{01}$  e  $C_{10}$ , bem como os parâmetros  $ak_i$  e  $\tau_i$  referentes à viscoelasticidade.

Os resultados obtidos através da calibração encontram-se na Tabela 5.1 e Tabela 5.2.

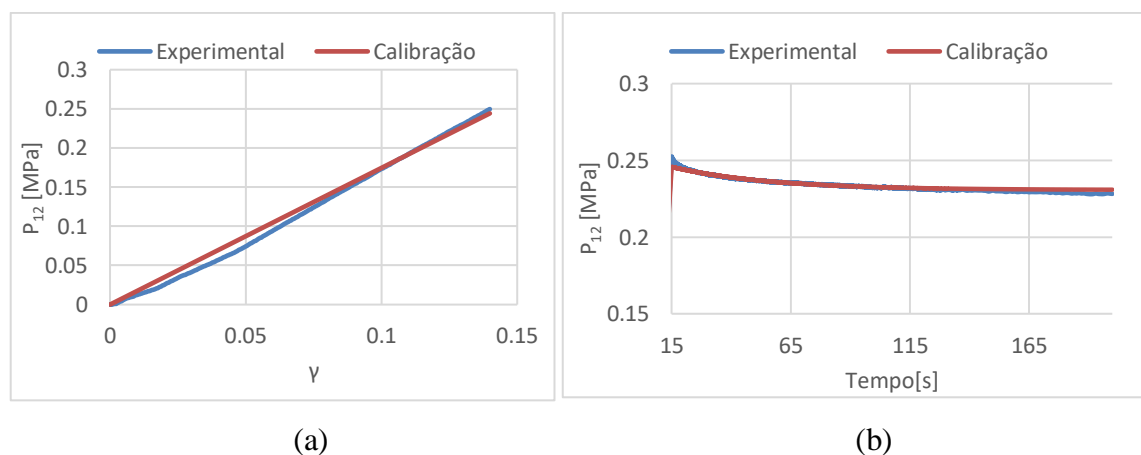
**Tabela 5.1.** Parâmetros do material para o modelo constitutivo de Mooney-Rivlin e para os elementos de Maxwell, referentes ao PR70.

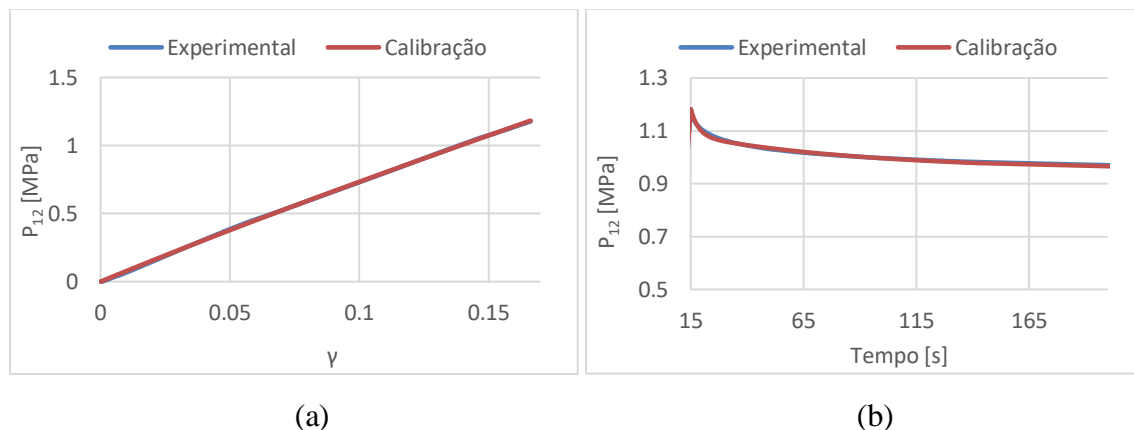
$ak_1$	1E-05	$ak_2$	1E-05	$ak_3$	0.061824	$ak_4$	1E-05
$\tau_1$	351,456444	$\tau_2$	11,964693	$\tau_3$	41,506224	$\tau_4$	1E-10
$g_1$	9,4E-06	$g_2$	9,418E-06	$g_3$	0,058223	$g_4$	9,4E-06
$C_{10}$	0,511888	$C_{01}$	0,419417	$D$	0,001074		

**Tabela 5.2.** Parâmetros do material para o modelo constitutivo de Mooney-Rivlin e para os elementos de Maxwell, referentes ao PR95.

$ak_1$	0,125189	$ak_2$	0,157893	$ak_3$	0,094804	$ak_4$	1E-05
$\tau_1$	72,30117	$\tau_2$	3,444040	$\tau_3$	1598,521639	$\tau_4$	1,9028
$g_1$	0,090855	$g_2$	0,114590	$g_3$	0,068803	$g_4$	7,3E-06
$C_{10}$	2,915371	$C_{01}$	0,461558	$D$	0,000296		

Graficamente, a resposta dada pelo modelo à calibração encontra-se na Figura 5.1 e Figura 5.2, onde se comparam as curvas experimentais com as curvas numérica para cada uma das borrachas, dadas pelo primeiro tensor da tensão de Piola-Kirchhoff.

**Figura 5.1.** Representação gráfica da resposta do modelo à calibração, para o PR70: (a) resposta do ensaio de corte com compressão; (b) resposta da relaxação.



**Figura 5.2.** Representação gráfica da resposta do modelo à calibração, para o PR95: (a) resposta do ensaio de corte com compressão; (b) resposta da relaxação.

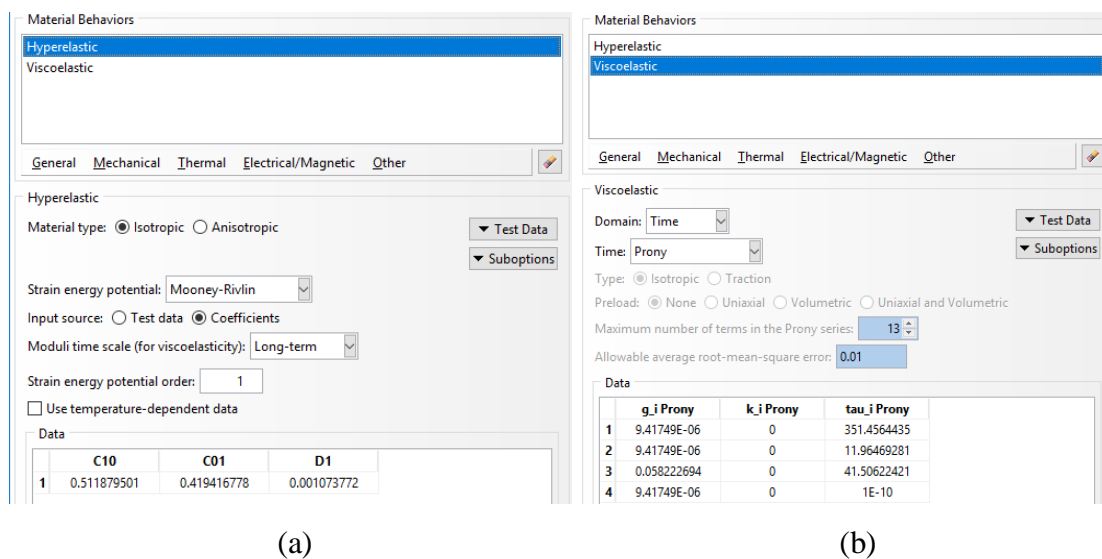
Desta forma, é possível observar que o modelo representa com bastante qualidade o comportamento mecânico das borrachas estudadas.

Verifica-se também que os parâmetros obtidos são diferentes dos retirados de [3].

## 5.2. Simulação dos ensaios experimentais

De maneira a caracterizar completamente o comportamento hiperelástico no Abaqus, para além dos parâmetros do modelo constitutivo, é também necessário o valor de  $D$ , que reflete o coeficiente de Poisson do material, obtido através da Equação (3.7), bem como os parâmetros viscoelásticos relativos às series de Prony,  $g_i$  obtidos através da Equação (3.9).

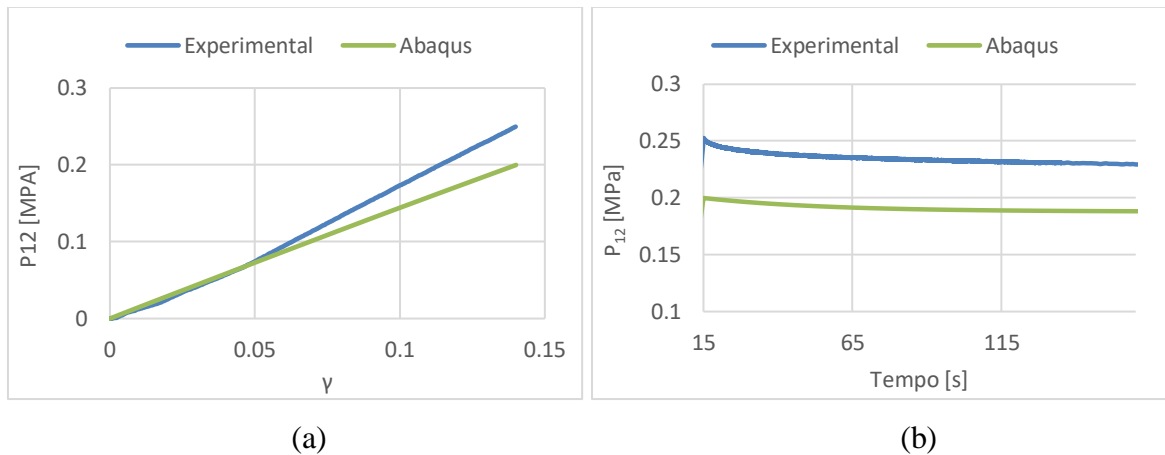
Fazendo uso do Abaqus, começou-se por criar os provetes com as devidas dimensões. De seguida é definido o comportamento mecânico das borrachas, atribuindo para isso os parâmetros da viscoelasticidade bem como os parâmetros da hiperelasticidade segundo o modelo constitutivo de Mooney-Rivlin, obtidos através da calibração, Figura 5.3.



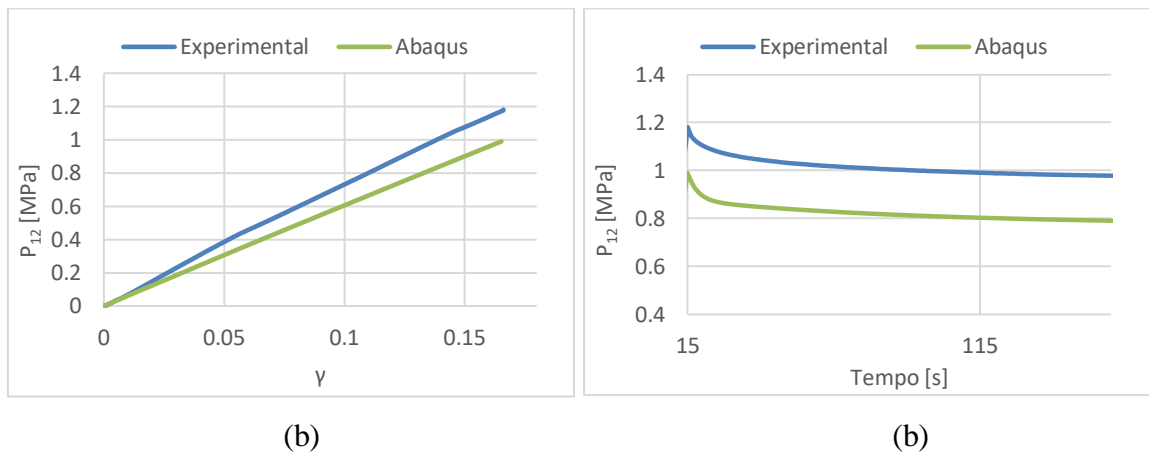
**Figura 5.3.** Atribuição dos parâmetros para o PR70 no Abaqus: (a) parâmetros do modelo constitutivo de Mooney-Rivlin; (b) parâmetros para os 4 elementos de Maxwell.

Posteriormente, é definida a malha do provete, sendo esta composta por elementos 3D hexaédricos com 8 nós cada elemento, ativando por fim a formulação híbrida. Para a devida modelação do ensaio são criados 3 passos, correspondentes à compressão, ao corte, e à fase de relaxação, sendo a eles atribuída a compressão de 1 mm da borracha, corte de 0.5 mm, e uma fase de relaxação de 200 segundos, respetivamente.

Apesar de o Abaqus permitir a monitorização de vários parâmetros durante a simulação, não é possível obter diretamente o primeiro tensor das tensões de Piola-Kirchhoff. Portanto, o  $P_{12}$  é obtido simplesmente através do quociente entre a força de aplicação em corte e a área transversal do provete antes da compressão. A comparação final entre as várias curvas encontra-se representada na Figura 5.4 e Figura 5.5, para o PR70 e para o PR95, respetivamente.



**Figura 5.4.** Comparação das curvas experimentais com as curvas numéricas, para o PR70 (a) resultado zona de corte, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função de  $\gamma$ ; (b) zona de relação, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função do tempo.



**Figura 5.5.** Comparação das curvas experimentais com as curvas numéricas, para o PR95 (a) resultado zona de corte, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função de  $\gamma$ ; (b) zona de relação, dada pelo primeiro tensor tensões de Piola-Kirchhoff em função do tempo.

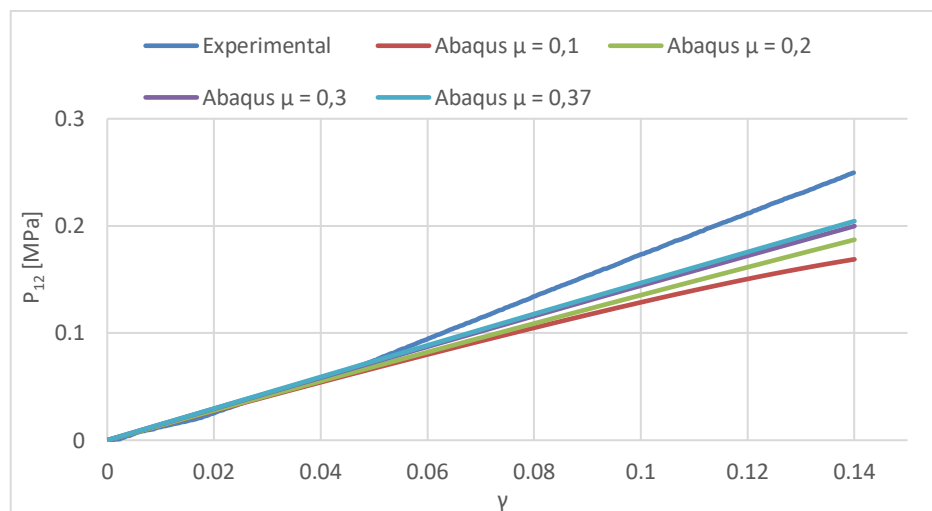
Como se pode perceber pelos resultados obtidos numericamente, existe uma discrepância entre esta curva numérica e a curva experimental, a qual está muito próxima da curva de calibração (ver Figura 5.1 e Figura 5.2). Esta diferença deve-se ao facto de o Abaqus utilizar uma formulação matemática ligeiramente diferente da utilizada no processo de calibração dos parâmetros. No processo de calibração dos parâmetros, descrito na secção 5.1, as componentes de tensão hidrostática e desviadora são tidas em consideração no cálculo da tensão resultante em cada um dos elementos de Maxwell. Por outro lado, a formulação implementada no Abaqus considera que a componente hidrostática da tensão necessária para balancear a componente desviadora da tensão em cada um dos elementos de Maxwell é



definida apenas pela hiperelasticidade. Deste modo, os resultados obtidos numericamente irão depender do modelo utilizado, tal como está mencionado em [3].

Na simulação numérica, o provete é colocado entre duas placas rígidas, sendo atribuída à interface um coeficiente de atrito estático, uma vez que a velocidade de carregamento é bastante baixa.

De modo a verificar a possível variação do  $P_{12}$  em função do coeficiente de atrito foram feitas várias simulações para diferentes valores de coeficiente de atrito.



**Figura 5.6.** Variação do primeiro tensor das tensões Piola-Kirchhoff em função dos coeficientes de atrito.

A influência do coeficiente de atrito no valor de  $P_{12}$  diminui consoante aumentamos o seu valor. Para o contacto entre superfícies e borracha e aço o coeficiente de atrito é geralmente superior a 0,3, valor a partir do qual a influência no  $P_{12}$  praticamente deixa de existir.

Verifica-se assim que o impacto do coeficiente de atrito é muito maior quando se trata da tensão de compressão axial do que na componente do corte, sendo esse o principal motivo pelo qual o processo de calibração se torna pouco dependente do mesmo.

### 5.3. Discussão dos resultados

De maneira a diminuir o erro cometido na avaliação do  $P_{22}$  agregou-se à fase de calibração o ensaio de compressão (duração de 5 segundos, para um stretch de 0,75 no caso do PR95) ao ensaio de corte com compressão e à fase de relaxação deste último. No entanto, a calibração não se mostrava satisfatória quando se dava a mesma importância à compressão

e para o corte de forma simultânea. Ao dar uma significativa importância à compressão na calibração perdia-se uma boa descrição do comportamento na fase do corte.

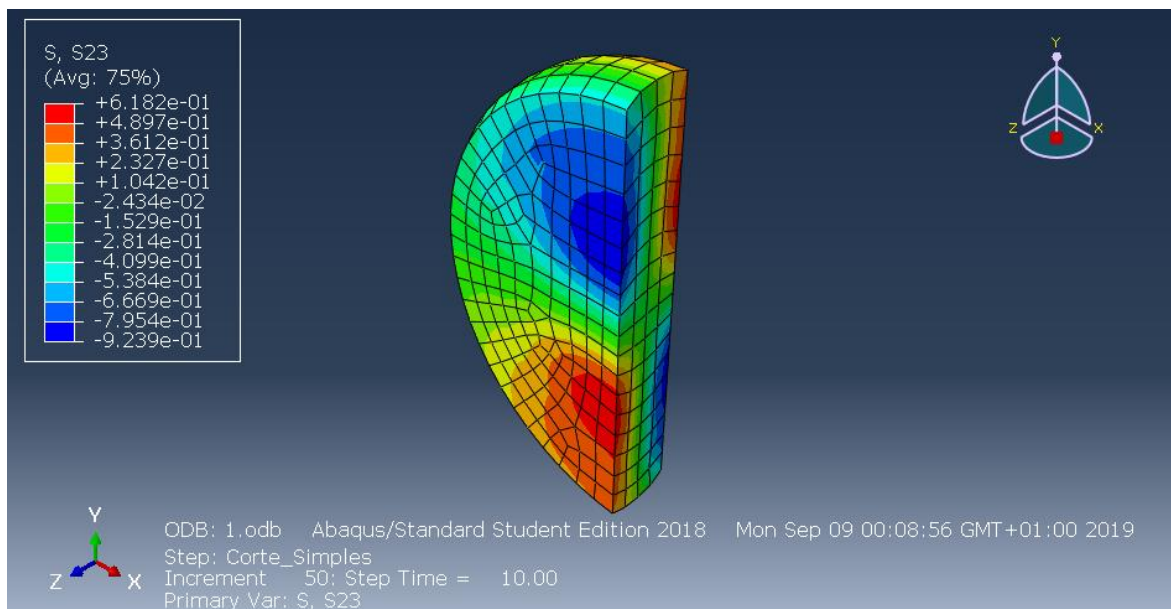
Relativamente à calibração do ensaio de compressão, este é feito usando apenas dois pontos, dando a evolução experimental da compressão, de maneira a apenas termos dois incrementos, uma vez que a viscosidade não depende do número de incrementos.

Os resultados da calibração do corte e da relaxação seriam melhores sem impor a compressão, no entanto, estaríamos sempre a cometer um erro maior na conversão para  $P_{12}$  (e não recuperaríamos este valor numericamente).

Com este compromisso entre a calibração da compressão e do corte conseguimos recuperar o valor de  $P_{12}$  cometendo um erro relativamente reduzido na tensão de corte.

Apesar de existirem tensões normais no provete, durante a sua etapa de corte a sua magnitude não varia muito em comparação com o aumento da tensão de corte com o avanço do deslocamento imposto à placa rígida.

De notar que os valores de tensão de corte calculados através da face superior do provete são sempre inferiores aos valores calculados num ponto de Gauss de um elemento da zona central do provete. Isto porque a distribuição das tensões não é uniforme, como se pode observar na Figura 5.7.



**Figura 5.7.** Distribuição das tensões de corte para o provete PR70 depois de realizada a compressão e o corte.

## 6. CONCLUSÕES

As células de combustível de hidrogénio comprometem-se a reduzir a pegada ecológica provocada pelos motores de combustão interna. Estas células contêm centenas de placas bipolares, cujo processo de produção encontra-se ainda em estudo e em melhoramento do ponto de vista de redução de custos. O processo de conformação plástica com recurso a ferramentas de borracha é um dos processos mais atrativos pelas suas vantagens em comparação com o processo de estampagem clássico. A simulação numérica do processo, vulgarmente utilizada para fazer a otimização do processo, requer o conhecimento do comportamento mecânico destas borrachas. Para isso, é necessário utilizar um modelo de comportamento, bem como fazer a calibração dos parâmetros que definem o comportamento destas mesmas borrachas. O modelo constitutivo de Mooney-Rivlin é vulgarmente utilizado para definir o comportamento hiperelástico de borrachas, sendo que o comportamento viscoso é modelado pela utilização de elementos de Maxwell. Assim, o objetivo principal deste trabalho foi o projeto e conceção de um equipamento para avaliar o comportamento mecânico de borrachas de poliuretano solicitadas ao corte.

Inicialmente, foi feito um estudo analítico das tensões normais e tensões de corte provenientes de um elemento viga, bem como análise numérica do problema no ADINA. Uma vez que as dimensões do provete que se pretendem utilizar conduzem a uma baixa relação comprimento/área de secção transversal as formulações analíticas não representam bem o problema. Assim, o estudo das tensões requer a adoção de um modelo 3D da geometria do provete, ou seja, um cilindro com comprimento substancialmente mais pequeno que o diâmetro.

Assim, o mecanismo desenvolvido para avaliar o comportamento mecânico das borrachas solicitadas ao corte foi desenhado para que a sua instalação fosse feita numa máquina de tração universal.

Dos vários mecanismos estudados verificou-se que, a solução colada seria de difícil aplicação laboratorial, dificultando a distribuição uniforme de tensões de corte na superfície do provete. A solução apoiada e a solução com arredondamentos apresentam gradientes de tensões demasiados complexos de analisar.

O princípio de funcionamento adotado mostrou-se ser uma boa opção, uma vez que permitiu a realização dos ensaios desejados, apresentado apenas a dificuldade relativamente ao alinhamento e montagem dos provetes, bem como não possibilita o conhecimento da velocidade de deformação e da tensão de compressão.

No que diz respeito aos ensaios laboratoriais, as duas borrachas de poliuretano foram ensaiadas com recurso ao mecanismo desenvolvido. Existe uma relação aproximadamente linear entre a tensão de corte convencional e a deformação angular. Uma vez que a fixação é feita por atrito, foi possível aplicar deslocamentos superiores a 0,5 mm antes de se iniciar o deslizamento dos provetes. Através dos dados experimentais verifica-se que praticamente não existe variação dos resultados em função da variação da velocidade, ou seja, reduzido impacto da viscosidade durante a etapa de corte. No entanto, o efeito da viscosidade é mais significativo nos ensaios de relaxação de tensões. Em relação à relaxação das tensões, o poliuretano PR95 apresenta uma menor sensibilidade, comparativamente com o PR70, estando o PR95 sujeito a um maior estado de tensão, o que se deve à sua maior rigidez.

Os dados experimentais foram utilizados para fazer a calibração do modelo de material, (modelo constitutivo de Mooney-Rivlin e 4 elementos de Maxwell) adotados na caracterização das borrachas. Para ambas as borrachas o modelo representa bastante bem o comportamento mecânico, quer em corte quer em relaxação. No entanto verifica-se que existe uma melhor representação do início da relaxação de tensões para o PR95 do que para o PR70.

Apesar de a diferença entre a resposta do modelo e a curva experimental ser bastante reduzida no final do processo de calibração dos parâmetros material, existe uma discrepância entre os resultados obtidos numericamente e a curva experimental. Isto deve-se ao facto de o Abaqus utilizar uma formulação matemática ligeiramente diferente da utilizada no processo de calibração dos parâmetros, especificamente na modelação da viscosidade. No entanto, estes parâmetros permitem fazer uma representação aceitável do comportamento de ambas as borrachas em corte, sendo agora possível a análise numérica do seu comportamento quando empregadas no processo de conformação plástica.

Para concluir, ficam como sugestão para futuros trabalhos: implementação laboratorial de um dos outros 3 mecanismos estudados na secção 3.2, e posterior comparação

com o comportamento obtido através do mecanismo adotado nesta dissertação; estudo do comportamento mecânico de borrachas solicitadas ao corte, utilizando os métodos DMA.



---

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. L. A. C. M. Andrade, J. R. Barros, D. M. Neto, A. Ramalho, M. C. Oliveira, L. F. Menezes, “The role of viscoelasticity in the mechanical modelling of rubbers,” *AIP Conf. Proc.*
- [2] Y. Liu and L. Hua, “Fabrication of metallic bipolar plate for proton exchange membrane fuel cells by rubber pad forming,” *Journal of Power Sources*, vol. 195, Elsevier B.V., 2010.
- [3] H. M. A. S. V. da Mota, “Modelling the hyper-viscoelastic behaviour of synthetic rubbers applied to rubber pad forming,” Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra, 2018.
- [4] S. C. N. J. M. Cangemi, A. M. dos Santos, “Poliuretano: De Travesseiros a Preservativos, um Polímero Versátil,” *Química e Sociedade*, vol. 31, 2009.
- [5] W. D. Callister, *Ciência e Engenharia de Materiais. Uma Introdução*, 5ª edição .
- [6] T. Universiteit, E. Doi, and D. Version, *Mechanical properties of solid polymers : constitutive modelling of long and short term behaviour*. 2019.
- [7] C.M. Harris and A. G. Piersol, *Harris’ Shock and Vibration Handbook*, 5th edition. 2001.
- [8] K.P. Menard, *Dynamic Mechanic Analysis A Practical Introduction*. 2000.
- [9] PerkinElmer Inc, “Dynamic Mechanical Analysis ( DMA): A Beginner’ s Guide,” 2008. .
- [10] Texas Instruments, “Dynamic Mechanical Analysis Basic Theory & Applications Training.” .
- [11] T. R. Chandrupatla and A. D. Belegundu, *Introduction to finite elements in engineering*, 3rd ed. 2002.
- [12] F. M. Azevedo, *Método dos elementos finitos*, 1ª Edição. 2003.
- [13] O. Zienkiewicz, R.Taylor, and J.Z.Zhu., *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th Editio. .
- [14] N. S. Ottosen, and M. Ristinmaa, *The mechanics of constitutive modeling*. 2005.
- [15] J. Malachowski, P. Baranowski, R. Gieleta, and Ł. Mazurkiewicz, “Rubber

- Structure under Dynamic Loading – Computational Studies,” 2013.
- [16] Crisfield.M.A, “Non-linear Finit Element Analysis of Solids and Stuctures,” vol. 2, 1988.
- [17] A. L. Vieira, V. Leal, and M. E. Silveira, “Avaliação de Modelos Hiperelásticos na Simulação Numérica de um Suporte de Motor Automotivo,” 2010.
- [18] M. Destrade, G. Saccomandi, R. Ogden, and D. De Tommasi, “The Semi-Inverse Method in solid mechanics : Theoretical underpinnings and novel applications.”
- [19] M. Shahzad, A. Kamran, M. Z. Siddiqui, M. Farhan, A. Materials, and I. Highway, “Mechanical Characterization and FE Modelling of a Hyperelastic Material,” vol. 18, no. 5, pp. 918–924, 2015.
- [20] S.T. Pinho, “Mecânica não linear: viscoelasticidade,” 2005.
- [21] M. Kaliske and H. Rothert, “Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains,” vol. 19, pp. 228–239, 1997.
- [22] M. Fulei, and G. Chen, “Bi-BCM : A closed-form solution for fixed-guided beams in compliant mechanisms,” 2016.